

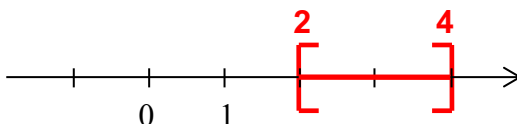
# NOMBRES RÉELS – Chapitre 2/2

- ▶ Tout le cours sur les intervalles en vidéo : <https://youtu.be/mvJy4LVCmRI>
- ▶ Tout le cours sur les valeurs absolues en vidéo : <https://youtu.be/5-rUuceEgAE>

## Partie 1 : Intervalles de $\mathbb{R}$

### 1. Notations

L'ensemble de tous les nombres réels  $x$  tels que  $2 \leq x \leq 4$  peut se représenter sur une droite graduée.



Cet ensemble est appelé un intervalle et se note :  $[2 ; 4]$

#### Exemple :

L'ensemble de tous les nombres réels  $x$  tels que  $-2 \leq x \leq 7$  se note :  $[-2 ; 7]$ .

On a par exemple :

$$4 \in [-2 ; 7]$$

$$-1 \in [-2 ; 7]$$

$$8 \notin [-2 ; 7]$$

### 2. Intervalle ouvert et intervalle fermé

#### Définitions :

On dit qu'un intervalle est **fermé** si ses extrémités appartiennent à l'intervalle.

On dit qu'il est **ouvert** dans le cas contraire.

#### Exemples :

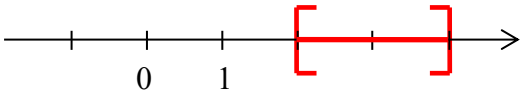
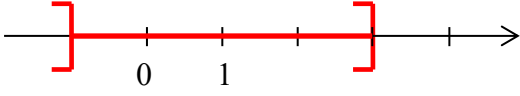
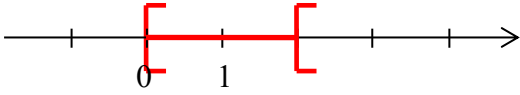
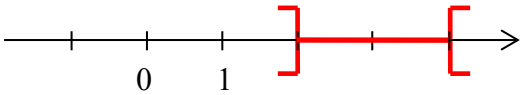
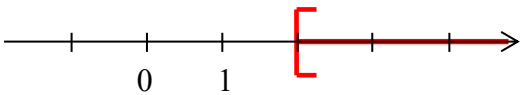
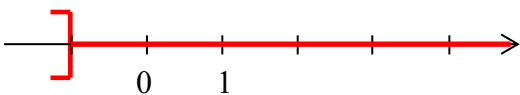
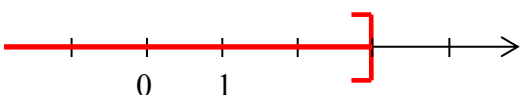
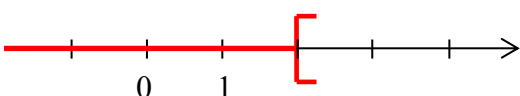
- L'intervalle  $[-2 ; 5]$  est un intervalle fermé.

On a :  $-2 \in [-2 ; 5]$  et  $5 \in [-2 ; 5]$

- L'intervalle  $]2 ; 6[$  est un intervalle ouvert.

On a :  $2 \notin ]2 ; 6[$  et  $6 \notin ]2 ; 6[$

▶ Vidéo <https://youtu.be/9MtAK7Xzrls>

Nombres réels $x$	Notation	Représentation
$2 \leq x \leq 4$	$[2 ; 4]$	
$-1 < x \leq 3$	$] -1 ; 3]$	
$0 \leq x < 2$	$[0 ; 2[$	
$2 < x < 4$	$]2 ; 4[$	
$x \geq 2$	$[2 ; +\infty[$ <small><math>\infty</math> désigne l'infini</small>	
$x > -1$	$] -1 ; +\infty[$	
$x \leq 3$	$] -\infty ; 3]$	
$x < 2$	$] -\infty ; 2[$	

Remarques :

- L'ensemble des nombres réels  $\mathbb{R}$  est un intervalle qui peut se noter  $] -\infty ; +\infty[$ .
- L'intervalle  $]6 ; +\infty[$  est un intervalle ouvert.

Méthode : Déterminer si un nombre appartient à un intervalle

 Vidéo [https://youtu.be/II\\_nVCMHlu8](https://youtu.be/II_nVCMHlu8)

Déterminer si chacun des nombres suivants appartient à l'intervalle  $I = \left] \frac{3}{4} ; 5 \right]$ .

$$1 ; \frac{3}{4} ; \frac{5}{8} ; \sqrt{10}$$

**Correction**

- $1 \in I$ , car  $\frac{3}{4} < 1 \leq 5$ .
- $\frac{3}{4} \notin I$ , car  $I$  est un intervalle ouvert à gauche et donc son extrémité gauche,  $\frac{3}{4}$ , ne lui appartient pas.
- $\frac{5}{8} \notin I$ , car  $\frac{5}{8} = 0,625 < \frac{3}{4}$ .

- $\sqrt{10} \in I$ .

En effet :  $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ , soit :  $3 < \sqrt{10} < 4$

Et  $]3 ; 4[ \subset I$ .

3. Application aux inéquations

Une inéquation est une inégalité qui contient une inconnue  $x$ .

Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs de  $x$  qui vérifient cette inégalité.

Il s'agit d'un ensemble de valeurs. Pour définir l'ensemble des solutions, on utilise les intervalles.

Les techniques de résolution des inéquations sont semblables à celles utilisées pour les équations.

Méthode : Donner les solutions d'une inéquation

 Vidéo <https://youtu.be/p93oVqzvog8>

Résoudre l'inéquation et donner les solutions sous forme d'un intervalle :  $2x - 3 < 4$

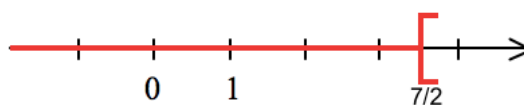
**Correction**

$$2x - 3 < 4$$

$$2x < 4 + 3$$

$$2x < 7$$

$$x < \frac{7}{2}$$

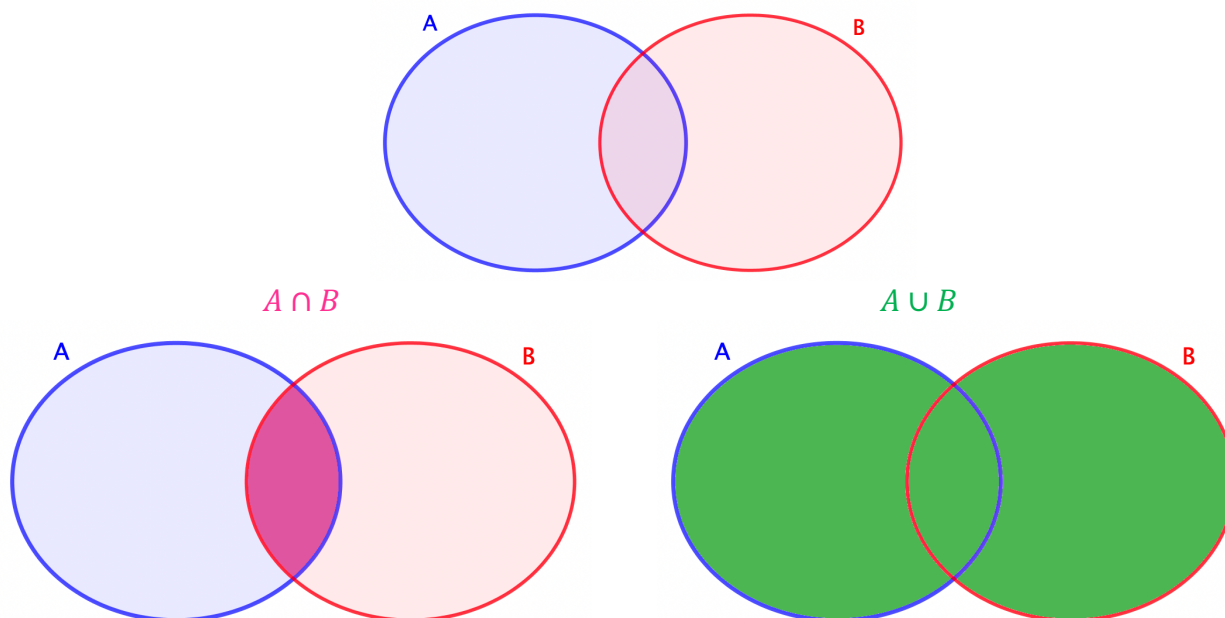


L'ensemble des solutions est l'intervalle  $] -\infty ; \frac{7}{2} [$ .

4. Intersections et réunions d'intervalles :Définitions :

- L'**intersection** de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A et à B et se note  $A \cap B$ .

- La **réunion** de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A ou à B et se note  $A \cup B$ .

**Exemple :**

Soit les ensembles  $A = \{1 ; 2\}$  et  $B = \{1 ; 3 ; 4\}$ .

Alors  $A \cap B = \{1\}$  et  $A \cup B = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$

**Méthode :** Déterminer l'intersection et la réunion d'intervalles

▶ Vidéo [https://youtu.be/8WJG\\_QHQs1Y](https://youtu.be/8WJG_QHQs1Y)

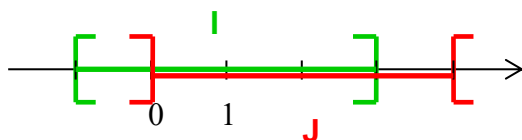
▶ Vidéo <https://youtu.be/hzINDVy0dgg>

Dans les cas suivants, déterminer l'intersection et la réunion des intervalles I et J :

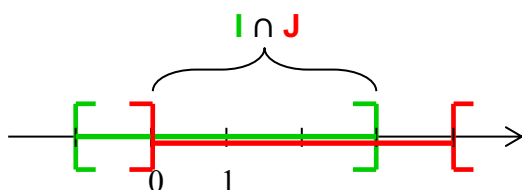
- a)  $I = [-1 ; 3]$  et  $J = ]0 ; 4[$       b)  $I = ]-\infty ; -1]$  et  $J = [1 ; 4]$

**Correction**

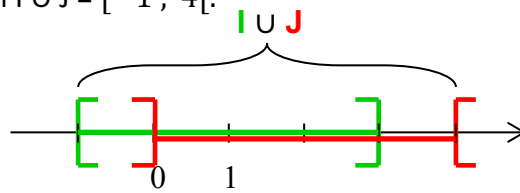
a) - On représente les intervalles I et J sur une même droite graduée.



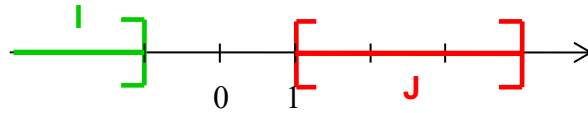
Les nombres de l'intersection des deux ensembles sont les nombres qui appartiennent à la fois aux deux ensembles. Il s'agit donc de la zone de la droite graduée où les deux ensembles se superposent. Ainsi  $I \cap J = ]0 ; 3]$ .



- Les nombres de la réunion des deux ensembles sont les nombres qui appartiennent au moins à l'un des deux ensembles. Il s'agit donc de la zone de la droite graduée marquée soit par l'intervalle I soit par l'intervalle J. Ainsi  $I \cup J = [-1 ; 4[$ .



b)



- Ici, les ensembles I et J n'ont pas de zone en commun. L'intersection des deux intervalles est vide. Un ensemble qui ne contient aucun élément s'appelle l'**ensemble vide** et se note  $\emptyset$ .

On a alors :  $I \cap J = \emptyset$

-  $I \cup J = ] -\infty ; -1] \cup ] 1 ; 4[$

## Partie 2 : Valeur absolue d'un réel

▶ Vidéo <https://youtu.be/m3htEMfDxcE>

▶ Vidéo <https://youtu.be/ejxGmpzrciA>

Exemples :

- La valeur absolue de  $-5$  est égale à  $5$  et on note  $|-5| = 5$ .

- La valeur absolue de  $5$  est égale à  $5$  et on note  $|5| = 5$ .

-  $|11 - 13| = 2$

-  $|13 - 11| = 2$

Remarque : La valeur absolue d'un nombre, c'est le nombre sans son signe.

Propriété : Soit A et B deux points d'abscisses respectives  $a$  et  $b$  sur une droite graduée.

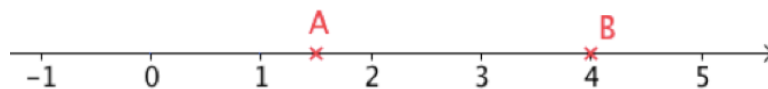
La distance entre les points A et B est le nombre  $|a - b|$ .

On parle également de distance entre  $a$  et  $b$ .

Exemple :

La distance entre les nombres  $1,5$  et  $4$  est :

$$|1,5 - 4| = |-2,5| = 2,5$$



Méthode : Résoudre une équation avec des valeurs absolues

▶ Vidéo <https://youtu.be/FPj7S1PkNGY>

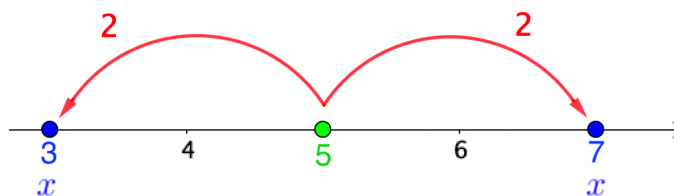
Résoudre l'équation suivante en s'aidant d'une droite graduée :  $|x - 5| = 2$

**Correction**

$$\underbrace{|x - 5|}_{\text{Distance entre } x \text{ et } 5} = 2$$

Distance entre  $x$  et 5

La distance entre  $x$  et 5 est donc égale à 2.



On en déduit que :  $x = 3$  ou  $x = 7$ .

**Méthode : Résoudre une inéquation avec des valeurs absolues**

**Vidéo** <https://youtu.be/kTJ09D1Bzs0>

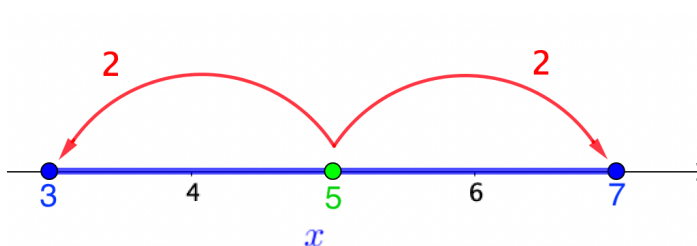
Résoudre l'inéquation suivante en s'aidant d'une droite graduée :  $|x - 5| \leq 2$

**Correction**

$$\underbrace{|x - 5|}_{\text{Distance entre } x \text{ et } 5} \leq 2$$

Distance entre  $x$  et 5

La distance entre  $x$  et 5 est donc inférieure ou égale à 2.



On en déduit que :  $x \in [3 ; 7]$ .

© Copyright

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)