NOMBRES RÉELS – Chapitre 2/2

 **Tout le cours sur les intervalles en vidéo :** [**https://youtu.be/mvJy4LVCmRI**](https://youtu.be/mvJy4LVCmRI)

 **Tout le cours sur les valeurs absolues en vidéo :** [**https://youtu.be/5-rUuceEgAE**](https://youtu.be/5-rUuceEgAE)

###### **Partie 1 : Intervalles de ℝ**

1. Notations

L’ensemble de tous les nombres réels $x$ tels que $2\leq x\leq 4$ peut se représenter sur une droite graduée.

**2 4**

0 1

Cet ensemble est appelé un intervalle et se note : $[2 ;4]$

Exemple :

L’ensemble de tous les nombres réels $x$ tels que $-2\leq x\leq 7$ se note : $[-2 ; 7]$.

On a par exemple :

$4$ $\in $ $[-2 ; 7]$

$-1$ $\in $ $[-2 ; 7]$

$8$ $\notin $ $[-2 ; 7]$

1. Intervalle ouvert et intervalle fermé

Définitions :

On dit qu'un intervalle est **fermé** si ses extrémités appartiennent à l'intervalle.

On dit qu’il est **ouvert** dans le cas contraire.

Exemples :

* L’intervalle $[–2 ; 5]$ est un intervalle fermé.

On a : $-2$ $\in $ $[–2 ; 5]$ et $5$ $\in $ $[–2 ; 5]$

* L’intervalle $]2 ; 6[$ est un intervalle ouvert.

On a : $2$ $\notin $ $]2 ; 6[$ et $6$ $\notin $ $]2 ; 6[$

 **Vidéo** [**https://youtu.be/9MtAK7Xzrls**](https://youtu.be/9MtAK7Xzrls)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Nombres réels $x$ | Notation | Représentation |
| $$2\leq x\leq 4$$ | $$[2 ; 4]$$ | 0 1 |
| $$-1<x\leq 3$$ | $$]–1 ; 3]$$ | 0 1 |
| $$0\leq x<2$$ | $$[0 ; 2[$$ | 0 1 |
| $$2<x<4$$ | $$]2 ; 4[$$ | 0 1 |
| $$x\geq 2$$ | $$[2 ; +\infty [$$$\infty $ désigne l’infini | 0 1 |
| $$x>-1$$ | $$]-1 ; +\infty [$$ | 0 1 |
| $$x\leq 3$$ | $$]-\infty ; 3]$$ | 0 1 |
| $$x< 2$$ | $$]-\infty ; 2[$$ | 0 1 |

Remarques :

* L’ensemble des nombres réels ℝest un intervalle qui peut se noter $]-\infty ; +\infty [$.
* L’intervalle $\left]6 ; +\infty \right[$ est un intervalle ouvert.

Méthode : Déterminer si un nombre appartient à un intervalle

 **Vidéo** [**https://youtu.be/Il\_nVCMHIu8**](https://youtu.be/Il_nVCMHIu8)

Déterminer si chacun des nombres suivants appartient à l’intervalle $I=\left]\frac{3}{4} ;5\right].$

$$1 ;\frac{3}{4} ;\frac{5}{8} ; \sqrt{10}$$

**Correction**

* $1\in I$, car $\frac{3}{4}$ $<1\leq 5$.
* $\frac{3}{4}\notin I$, car $I$ est un intervalle ouvert à gauche et donc son extrémité gauche, $\frac{3}{4}$, ne lui appartient pas.
* $\frac{5}{8}\notin I$, car $\frac{5}{8}=0,625<\frac{3}{4}.$
* $\sqrt{10}\in I$.

En effet : $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$, soit : $3<\sqrt{10}<4$

Et $\left]3 ;4\right[⊂I$.

1. Application aux inéquations

Une inéquation est une inégalité qui contient une inconnue $x$.

Résoudre une inéquation, c’est trouver toutes les valeurs de $x$ qui vérifient cette inégalité.

Il s’agit d’un ensemble de valeurs. Pour définir l’ensemble des solutions, on utilise les intervalles.

Les techniques de résolution des inéquations sont semblables à celles utilisées pour les équations.

Méthode : Donner les solutions d’une inéquation

 **Vidéo** [**https://youtu.be/p93oVqzvog8**](https://youtu.be/p93oVqzvog8)

Résoudre l’inéquation et donner les solutions sous forme d’un intervalle : $2x-3<4$

**Correction**

 $2x-3<4$

 $2x<4+3$

 $2x<7$

 $x<$ $\frac{7}{2}$

L’ensemble des solutions est l’intervalle $\left]-\infty ; \frac{7}{2}\right[$.

1. Intersections et réunions d’intervalles :

Définitions :

- L'**intersection** de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **et** à B et se note A$∩$B.

- La **réunion** de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **ou** à B et se note A$∪$B**.**



 $A∩B$ $A∪B$

 

Exemple :

Soit les ensembles $A=\left\{1 ;2\right\} $ et $B=\left\{1 ;3 ;4\right\}$.

Alors $A∩B=\left\{1\right\} $ et $A∪B=\left\{1 ;2 ;3 ;4\right\}$

Méthode : Déterminer l’intersection et la réunion d’intervalles

 **Vidéo** [**https://youtu.be/8WJG\_QHQs1Y**](https://youtu.be/8WJG_QHQs1Y)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/hzINDVy0dgg**](https://youtu.be/hzINDVy0dgg)

Dans les cas suivants, déterminer l'intersection et la réunion des intervalles I et J :

 a) I $= [-1 ; 3]$ et J $= ]0 ; 4[ $ b) I $= ]-\infty  ; -1]$ et J $=[1 ; 4]$

**Correction**

a) - On représente les intervalles **I** et **J** sur une même droite graduée.

 **I**

0 1

**J**

Les nombres de l'intersection des deux ensembles sont les nombres qui appartiennent à la fois aux deux ensembles. Il s’agit donc de la zone de la droite graduée où les deux ensembles se superposent. Ainsi I $∩$J $= ]0 ; 3]$.

 **I** $∩$ **J**

0 1

- Les nombres de la réunion des deux ensembles sont les nombres qui appartiennent au moins à l'un des deux ensembles. Il s’agit donc de la zone de la droite graduée marquée soit par l’intervalle I soit par l’intervalle J. Ainsi I $∪$ J = $[-1 ; 4[.$

 **I** $∪$ **J**

0 1

b)

 **I**

0 1

**J**

- Ici, les ensembles I et J n’ont pas de zone en commun. L’intersection des deux intervalles est vide.

Un ensemble qui ne contient aucun élément s’appelle l’**ensemble vide** et se note $∅$.

On a alors : I $∩$J = $∅$

- I $∪$ J = $]-\infty  ; -1] ∪$ $[1 ; 4]$

###### **Partie 2 : Valeur absolue d’un réel**

 **Vidéo** [**https://youtu.be/m3htEMfDxcE**](https://youtu.be/m3htEMfDxcE)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/ejxGmpzrciA**](https://youtu.be/ejxGmpzrciA)

Exemples :

- La valeur absolue de $–5$ est égale à $5$ et on note $\left|-5\right|=5$.

- La valeur absolue de $5$ est égale à $5$ et on note $\left|5\right|=5$.

- $\left|11-13\right|=2$

- $\left|13-11\right|=2$

Remarque : La valeur absolue d’un nombre, c’est le nombre sans son signe.

Propriété : Soit A et B deux points d’abscisses respectives $a$ et $b$ sur une droite graduée.

La distance entre les points A et B est le nombre |$a-b$|.

On parle également de distance entre $a$ et $b$.

Exemple :

La distance entre les nombres $1,5$ et $4$ est :

$$\left|1,5-4\right|=\left|-2,5\right|=2,5$$



Méthode : Résoudre une équation avec des valeurs absolues

 **Vidéo** [**https://youtu.be/FPj7S1PkNGY**](https://youtu.be/FPj7S1PkNGY)

Résoudre l’équation suivante en s’aidant d’une droite graduée : $\left|x-5\right|=2$

**Correction**

$$ \left|x-5\right|=2$$

Distance entre $x$ et $5$

La distance entre $x$ et $5$ est donc égale à $2$.



On en déduit que : $x=3$ ou $x=7$.

Méthode : Résoudre une inéquation avec des valeurs absolues

 **Vidéo** [**https://youtu.be/kTJ09D1Bzs0**](https://youtu.be/kTJ09D1Bzs0)

Résoudre l’inéquation suivante en s’aidant d’une droite graduée : $\left|x-5\right|\leq 2$

**Correction**

$$ \left|x-5\right|\leq 2$$

Distance entre $x$ et $5$

La distance entre $x$ et $5$ est donc inférieure ou égale à $2$.



On en déduit que : $x\in \left[3 ;7\right]$.

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)