# GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

## Partie 1 : Définitions et notations

 1) Définition

Exemple :

On considère la fonction$ f $qui exprime l’aire d’un rectangle de dimensions 3 et $x$.

Une expression littérale de$ f $est donc : $f\left(x\right)=3x$.

Définition et notation :

Une fonction$ f $associe à tout nombre réel $x$ un unique nombre réel, noté$ f(x).$

On note également : $x$ $↦$ $ f(x)$ ou $y=f(x)$.

 2) Image et antécédent

Exemple :

Dire que : $f$(2) = 5 signifie que : 2 $⟼$ 5

Antécédent de 5

Image de 2

On dit que :

* l’**image** de 2 par la fonction $f$ est 5.
* un **antécédent** de 5 par $f$ est 2.

Remarques :

* Un nombre possède une unique image.
* Cependant, un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

Méthode : Déterminer l’image d’une fonction par calcul

 **Vidéo** **https://youtu.be/8j\_4DHWnRJU**

Soit la fonction $g$ définie par $g(x)=$ $x^{2}-2$.

Calculer l’image de $6$ par la fonction $g$.

**Correction**

$$g\left(x\right)=x^{2}-2$$

$$g\left(6\right)=6^{2}-2$$

$$g\left(6\right)=36-2$$

$$g\left(6\right)=34$$

L’image de $6$ par la fonction $g$ est $34$.

Méthode : Déterminer un antécédent par calcul

 **Vidéo** [**https://youtu.be/X0oOBo65YpE**](https://youtu.be/X0oOBo65YpE)

Soit la fonction $f$définie par $f\left(x\right)=2x-3$.

Déterminer un antécédent de $-5$ par la fonction $f$.

**Correction**

On cherche un antécédent de $-$5 donc $-$5 est une image.

On peut donc écrire : $f\left(x\right)=-5$

Soit : $2x-3=-5$

On résout ainsi l’équation :

$$2x=3-5$$

$$2x=-2$$

$$x=-1$$

L’antécédent de $-5$ par $f$ est donc $-1$.

## Partie 2 : Représentation graphique

Méthode : Représenter graphiquement une fonction

 **Vidéo** [**https://youtu.be/xHJNdrhzY4Q**](https://youtu.be/xHJNdrhzY4Q)

Soit la fonction $f$définie par $f(x)=$ $5x-x^{2}$.

On donne un tableau de valeurs de la fonction $f$ :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | **1** | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 |
| $$f(x)$$ | **4** | **5,25** | **6** | **6,25** | **6** | **5,25** | **4** | **2,25** |

Tracer, dans un repère, la courbe représentative de la fonction $f$.

$$x$$

$$f(x)$$

(1 ; $4$)

**Correction**

On représente les données du tableau de valeurs dans un repère tel qu’on trouve en abscisse les valeurs de $x $et en ordonnée les valeurs de $f(x)$ correspondantes.

En reliant les points, on obtient une courbe.

Tout point de la courbe possède donc des coordonnées de la forme ($x$; $f(x)$).

Remarque :

Les images $f(x)$ se lisent sur l’axe des ordonnées ($y$) donc la courbe représentative de la fonction $f$définie par $f(x)=$ $5x-x^{2}$ peut se noter $y=$ $5x-x^{2}$.

De façon générale, l’équation d’une courbe se note $y=f\left(x\right).$



En latin, « curbus » désignait ce qui est courbé. On retrouve le mot en ancien français sous la forme de « corbe ». Le corbeau est ainsi appelé à cause de la forme de son bec.

## Partie 3 : Résolution graphique d’équations et d’inéquations

Méthode : Résoudre graphiquement une équation

 **Vidéo** [**https://youtu.be/FCUd2muFEyI**](https://youtu.be/FCUd2muFEyI)

On a représenté la courbe de la fonction $f$ définie par $f\left(x\right)=5x-x^{2}$.

Résoudre graphiquement l'équation $5x-x^{2}=4$.

**Correction**

L’équation $5x-x^{2}=4$ peut s’écrire $f(x)=4$.

Ce qui revient à trouver les antécédents de $4$ par la fonction $f$.

On « part » de l’ordonnée 4, on « rejoint » la courbe et on lit les solutions sur l’axe des abscisses : $x=1$ ou $x=4$.

On peut noter : $S=\left\{1 ;4\right\}$.

Remarques :

- Par lecture graphique, les solutions obtenues sont approchées.

- L’équation $f(x)=7$, par exemple, ne semble pas avoir de solution car la courbe représentée ne possède pas de point d’ordonnée $7$.

- Graphiquement, on ne peut pas être certain que les solutions qui apparaissent sont les seules. Il pourrait y en avoir d’autres au-delà des limites de la représentation graphique tracée.

Méthode : Résoudre graphiquement une inéquation

 **Vidéo** [**https://youtu.be/3\_6LcpumUh4**](https://youtu.be/3_6LcpumUh4)

Dans la méthode précédente, on a représenté la courbe de la fonction $f$ définie par

$f\left(x\right)=5x-x^{2}$.

Résoudre graphiquement l'inéquation $5x-x^{2}>4$.

**Correction**

L’inéquation $5x-x^{2}>4$ peut s’écrire $f (x)>4$.

Ce qui revient à déterminer les points de la courbe dont l’ordonnée est strictement supérieure à $4$.

On lit les solutions correspondantes sur l’axe des abscisses :

$x$ est strictement compris entre $1$ et $4$.

On peut noter : $S=\left]1 ; 4\right[$.

## Partie 4 : Variations d’une fonction

 1) Taux de variation

Définition :

Le **taux de variation** de la fonction$ f $entre $a$ et $b$ est le nombre : $\frac{f\left(b\right)-f(a)}{b-a}$

Propriété : Le taux de variation de$ f $entre $a$ et $b$ est la pente de la droite passant par les points d’abscisses $a$ et $b$ de la courbe de $f$.

Méthode : Déterminer un taux de variation d’une fonction

 **Vidéo** [**https://youtu.be/xd0zEwVOmHE**](https://youtu.be/xd0zEwVOmHE)

Soit$ f $la fonction définie sur ℝ par : $f\left(x\right)=2x^{2}+1$.

a) Déterminer le taux de variation entre 1 et 3.

b) Interpréter géométriquement ce taux de variation.

**Correction**

a) Si $f\left(x\right)=2x^{2}+1$, alors le taux de variation de$ f $entre 1 et 3 est égal à :

$$\frac{f\left(3\right)-f(1)}{3-1}=\frac{2×3^{2}+1-\left(2×1^{2}+1\right)}{2}=\frac{19-3}{2}=8$$

b) Le taux de variation de$ f $entre 1 et 3 est égal à 8 donc la pente de la droite passant par les points d’abscisses 1 et 3 est égale à 8.



2) Fonctions monotones

Définition : On dit qu’une fonction$ f $est **monotone** sur un intervalle I, si$ f $est :

- soit croissante sur I,

- soit décroissante sur I,

- soit constante sur I.

Propriétés :

- Si le taux de variation d’une fonction$ f $entre deux nombres quelconques d’un intervalle I est positif, alors$ f $est strictement croissante sur I.

- S’il est négatif,$ f $est strictement décroissante sur I.

- S’il est nul,$ f $est constante sur I.

Méthode : Étudier les variations d’une fonction à l’aide du taux de variation

 **Vidéo** [**https://youtu.be/tqtZeVVJ3YU**](https://youtu.be/tqtZeVVJ3YU)

Soit$ f $la fonction définie sur ℝ par : $f\left(x\right)=5x-3$.

Démontrer que$ f $est strictement croissante sur ℝ.

**Correction**

On considère deux nombres quelconques distincts $a$ et $b$.

Le taux de variation de$ f $entre $a$ et $b$ est égal à :

$$\frac{f\left(b\right)-f(a)}{b-a}=\frac{5b-3-\left(5a-3\right)}{b-a}=\frac{5b-5a}{b-a}=\frac{5\left(b-a\right)}{b-a}=5$$

Or, 5 > 0 donc $\frac{f\left(b\right)-f(a)}{b-a}$ > 0 et donc$ f $est strictement croissante sur ℝ.

###

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)