ÉQUATIONS

Tout le cours en vidéo : https://youtu.be/WoTpA2RyuVU

TP info : Al Khwarizmi
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Alkhwa_Rech.pdf

La méthode de résolution des équations (*muadala*) découverte par le perse *Abu Djafar Muhammad ibn Musa* ***al Khwarizmi*** (Bagdad, 780-850) consiste en :
- **al jabr** (le reboutement, 4x - 3 = 5 devient 4x = 5 + 3), le mot est devenu "algèbre" aujourd'hui.
Dans l'équation, un terme négatif est accepté mais *al Khwarizmi* s'attache à s'en débarrasser au plus vite. Pour cela, il ajoute son opposé des deux côtés de l'équation.
- **al muqabala** (la réduction, 4x = 9 + 3x devient x = 9)
Les termes semblables sont réduits.
A cette époque, la « famille des nombres » est appelée *dirham* et la « famille des *x* » est appelée *chay* (=chose), devenu plus tard *xay* en espagnol qui explique l'origine du *x* dans les équations.

I. Notion d'équation

1) Vocabulaire

INCONNUE : c'est une lettre qui cache un nombre cherché :
$\rightarrow \quad x$

EQUATION : c'est une opération « à trous » dont « les trous » sont remplacés par une inconnue : $\rightarrow \quad 10x - 2 = 2x + 3$

RESOUDRE UNE EQUATION : c'est chercher et trouver le nombre caché sous l'inconnue.

SOLUTION : c'est le nombre caché sous l'inconnue :
$\rightarrow x = 0{,}625$

Vérification :
10 x 0,625 – 2 = 2 x 0,625 + 3, donc 0,625 est solution.

Méthode : Vérifier si un nombre est solution d'une équation

Vidéo https://youtu.be/PLuSPM6rJKI

Vérifier si 14 est solution de l'équation $4(x-2) = 3x + 6$

$4(x-2)$ = 4 (14 – 2) = 4 x 12 = 48 et $3x + 6$ = 3 x 14 + 6 = 42 + 6 = 48
14 vérifie l'équation $4(x-2) = 3x + 6$ donc 14 est solution !

TP info : « Recherche de la solution d'une équation »
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.pdf
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.ods (Feuille de calcul OOo)

II. Résolution d'équations

1) En supprimant des parenthèses

Méthode : Résoudre une équation contenant des expressions entre parenthèses

Vidéo https://youtu.be/quzC5C3a9jM

Résoudre : $3(x+4) = -(x+5)+2$

$$3(x+4) = -(x+5)+2$$
$$3x+12 = -x-5+2 \quad \text{On applique la distributivité}$$
$$3x+x = -12-5+2$$
$$4x = -15$$
$$x = \frac{-15}{4}$$

2) Équation produit

Si $a \times b = 0$, que peut-on dire de a et b ?
« Faire des essais sur des exemples, puis conclure … ! »

Propriété : Si $a \times b = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$.
Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Méthode : Résoudre une équation-produit

Vidéo https://youtu.be/APj1WPPNUgo
Vidéo https://youtu.be/VNGFmMt1W3Y

Résoudre les équations :
a) $(4x + 6)(3 - 7x) = 0$ b) $4x^2 + x = 0$ c) $x^2 - 25 = 0$ d) $x^2 - 3 = 0$

a) Si un produit de facteur est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Alors : $4x + 6 = 0$ ou $3 - 7x = 0$

$4x = -6$ $\quad$ $-7x = -3$

$x = -\frac{6}{4}$ $\quad$ $x = \frac{-3}{-7}$

$x = -\frac{3}{2}$ $\quad$ $x = \frac{3}{7}$ $\quad$ $S = \left\{-\frac{3}{2} ; \frac{3}{7}\right\}$

b) $4x^2 + x = 0$
$x(4x + 1) = 0$

Si un produit de facteur est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.
Alors : $x = 0$ ou $4x + 1 = 0$

$4x = -1$

$x = -\frac{1}{4}$

$$S = \left\{-\frac{1}{4} \; ; \; 0\right\}$$

c) $x^2 - 25 = 0$

$(x - 5)(x + 5) = 0$

Si un produit de facteur est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.
Alors : $x - 5 = 0$ ou $x + 5 = 0$

$x = 5$ $\quad$ $x = -5$

$$S = \{-5 \; ; \; 5\}$$

d) $x^2 - 3 = 0$

$(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$

Si un produit de facteur est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.
Alors : $x - \sqrt{3} = 0$ ou $x + \sqrt{3} = 0$

$x = \sqrt{3}$ $\quad$ $x = -\sqrt{3}$

$$S = \{-\sqrt{3} \; ; \; \sqrt{3}\}$$

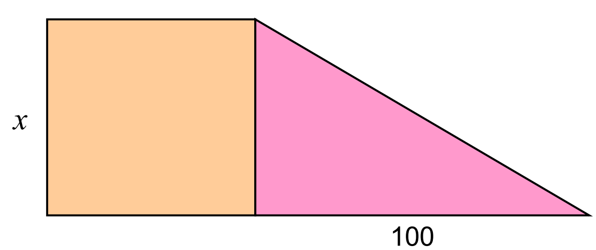
III. Application à la résolution de problèmes

Méthode : Mettre un problème en équation (2)

Vidéo https://youtu.be/fIObKE_CyHw

Deux agriculteurs possèdent des champs ayant un côté commun de longueur inconnue. L'un est de forme carrée, l'autre à la forme d'un triangle rectangle de base 100m. Sachant que les deux champs sont de surface égale, calculer leurs dimensions.

On désigne par x la longueur du côté commun.
Les données sont représentées sur la figure suivante :



L'aire du champ carré est égale à x^2.

L'aire du champ triangulaire est égale à $\frac{100x}{2}$ = 50x

Les deux champs étant de surface égale, le problème peut se ramener à résoudre l'équation : $x^2 = 50x$

Soit $x^2 - 50x = 0$
$x(x - 50) = 0$

Si un produit de facteurs est nul alors l'un au moins des facteurs est nul.

Alors $x = 0$ ou $x - 50 = 0$
$x = 0$ ou $x = 50$

La première solution ne convient pas à la situation du problème, on en déduit que le premier champ est un carré de côté de longueur 50 m et le deuxième est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesure 100 m et 50 m.

Activité de groupe : Moquettes !
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/MOQUETTES.pdf

© Copyright

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.
www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales