ÉQUATIONS

Tout le cours en vidéo : https://youtu.be/WoTpA2RyuVU

TP info : Al Khwarizmi
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Alkhwa_Rech.pdf

La méthode de résolution des équations (*muadala*) découverte par le perse *Abu Djafar Muhammad ibn Musa **al Khwarizmi*** (Bagdad, 780-850) consiste en :
- **al jabr** (le reboutement, 4x - 3 = 5 devient 4x = 5 + 3), le mot est devenu "algèbre" aujourd'hui.

Dans l'équation, un terme négatif est accepté mais *al Khwarizmi* s'attache à s'en débarrasser au plus vite. Pour cela, il ajoute son opposé des deux côtés de l'équation.
- **al muqabala** (la réduction, 4x = 9 + 3x devient x = 9)

Les termes semblables sont réduits.
A cette époque, la « famille des nombres » est appelée *dirham* et la « famille des *x* » est appelée *chay* (=chose), devenu plus tard *xay* en espagnol qui explique l'origine du *x* dans les équations.

Partie 1 : Notion d'équation

INCONNUE : C'est une lettre qui cache un nombre cherché :
→ x

EQUATION : C'est une opération « à trous » dont « les trous » sont remplacés par une inconnue :
→ $10x - 2 = 2x + 3$

RESOUDRE UNE EQUATION : C'est chercher et trouver le nombre caché sous l'inconnue.

SOLUTION : C'est le nombre caché sous l'inconnue :
→ $x = 0{,}625$

VÉRIFICATION : On remplace la solution dans l'équation.
→ $10 \times 0{,}625 - 2 = 2 \times 0{,}625 + 3$, donc $0{,}625$ est solution.

Méthode : Vérifier si un nombre est solution d'une équation

Vidéo https://youtu.be/PLuSPM6rJKI

Vérifier si 14 est solution de l'équation $4(x-2) = 3x + 6$

Correction
On remplace la valeur 14 dans les deux membres de l'équation.
- D'une part :

$4(x-2) = 4(14-2) = 4 \times 12 = 48$

- D'autre part :

$3x + 6 = 3 \times 14 + 6 = 42 + 6 = 48$

14 vérifie l'équation $4(x-2) = 3x + 6$ donc 14 est solution !

TP info : « Recherche de la solution d'une équation »
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.pdf
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.ods (Feuille de calcul OOo)

Partie 2 : Résolution d'équations

But : Trouver x !
C'est-à-dire : isoler x dans l'équation pour arriver à :
x = nombre

1) Rappels sur les équations vues en 4e

Méthode : Résoudre une équation

Vidéo https://youtu.be/quzC5C3a9jM

Résoudre les équations : 1) $-5x+3=-3x+2$
2) $3(x+4)=-(x+5)+2$

Correction

1) $-5x+3=-3x+2$

$-5x+3x=2-3$ ← On ramène les « x » à gauche et les « nombres » à droite.

$-2x=-1$ ← Réduire

$x=\frac{-1}{-2}$ ← On divise par -2.

$x=\frac{1}{2}$

2) $3(x+4)=-(x+5)+2$

$3x+12=-x-5+2$ On applique la distributivité

$3x+x=-12-5+2$

$4x=-15$

$x=-\frac{15}{4}$

2) Équation produit

Si $a\times b=0$, que peut-on dire de a et b ?
« Faire des essais sur des exemples, puis conclure … ! »

Propriété : Si $a\times b=0$ alors $a=0$ ou $b=0$.
Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Méthode : Résoudre une équation-produit

Vidéo https://youtu.be/APj1WPPNUgo

Vidéo https://youtu.be/VNGFmMt1W3Y

Résoudre les équations :

a) $(4x+6)(3-7x)=0$ b) $4x^2+x=0$ c) $x^2-25=0$ d) $x^2-3=0$

Correction

a) Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Alors : $4x+6=0$ ou $3-7x=0$

$4x=-6$ $-7x=-3$

$x=-\frac{6}{4}$ $x=\frac{-3}{-7}$

$x=-\frac{3}{2}$ $x=\frac{3}{7}$ $S=\left\{-\frac{3}{2}\ ;\ \frac{3}{7}\right\}$

b) $4x^2+x=0$

$x(4x+1)=0$

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Alors : $x=0$ ou $4x+1=0$

$4x=-1$

$x=-\frac{1}{4}$

$$S=\left\{-\frac{1}{4}\ ;\ 0\right\}$$

c) $x^2-25=0$

$x^2-5^2=0$

$(x-5)(x+5)=0$

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Alors : $x-5=0$ ou $x+5=0$

$x=5$ $x=-5$

$$S=\{-5\ ;\ 5\}$$

d) $x^2-3=0$

$x^2-\sqrt{3}^2=0$

$\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)=0$

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Alors : $x-\sqrt{3}=0$ ou $x+\sqrt{3}=0$

$x=\sqrt{3}$ $x=-\sqrt{3}$

$$S=\{-\sqrt{3}\ ;\ \sqrt{3}\}$$

Partie 3 : Application à la résolution de problèmes

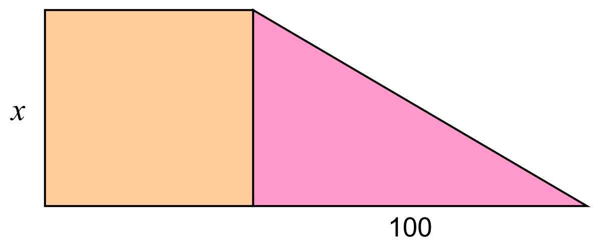
Méthode : Mettre un problème en équation

Vidéo https://youtu.be/flObKE_CyHw

Deux agriculteurs possèdent des champs ayant un côté commun de longueur inconnue. L'un est de forme carrée, l'autre à la forme d'un triangle rectangle de base 100 m.
Sachant que les deux champs sont de surface égale, calculer leurs dimensions.

Correction

On désigne par x la longueur du côté commun.
Les données sont représentées sur la figure suivante :



L'aire du champ carré est égale à x^2.
L'aire du champ triangulaire est égale à $\frac{100x}{2} = 50x$
Les deux champs étant de surface égale, le problème peut se ramener à résoudre l'équation :

$$x^2 = 50x$$

Soit $x^2 - 50x = 0$
$x(x - 50) = 0$
Si un produit de facteurs est nul alors l'un au moins des facteurs est nul.
Alors $x = 0$ ou $x - 50 = 0$
$x = 0$ ou $x = 50$
La première solution ne convient pas à la situation du problème. On en déduit que le premier champ est un carré de côté de longueur $50\ m$ et le deuxième est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent $100\ m$ et $50\ m$.

Activité de groupe : Moquettes !
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/MOQUETTES.pdf