

ÉQUATIONS

▶ Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/Z0i031tldpQ>

I. Solution d'une équation

INCONNUE : C'est une lettre qui désigne un nombre inconnu : $\rightarrow x$

EQUATION : C'est une égalité qui contient une ou des inconnues : $\rightarrow 10x - 2 = 2x + 3$

RESOUDRE UNE EQUATION : C'est chercher et trouver le nombre inconnu.

SOLUTION : C'est la valeur de l'inconnue : $\rightarrow x = 0,625$

Vérification :

$10 \times 0,625 - 2 = 2 \times 0,625 + 3$, donc 0,625 est bien solution.

Méthode : Vérifier si un nombre est solution d'une équation

▶ Vidéo <https://youtu.be/PLuSPM6rJKI>

Vérifier si 14 est solution de l'équation : $4(x - 2) = 3x + 6$

On remplace x par 14 dans les deux membres de l'égalité :

• $4(x - 2) = 4(14 - 2) = 48$

• $3x + 6 = 3 \times 14 + 6 = 48$

On a donc $4(x - 2) = 3x + 6$ pour $x = 14$.

14 vérifie l'équation, donc 14 est solution.

II. Résoudre un problème

Méthode : Mettre un problème en équation

▶ Vidéo <https://youtu.be/q3ijSWk1iF8>

Une carte d'abonnement pour le cinéma coûte 10 €.

Avec cette carte, le prix d'une entrée est de 4 €.

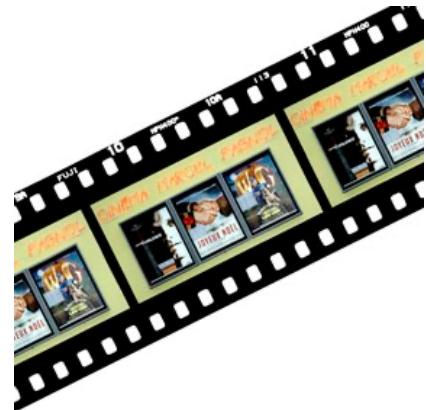
1) Calculer le prix à payer pour 2, 3, puis 10 entrées.

2) Soit x le nombre d'entrées.

Exprimer en fonction de x le prix à payer :

- sans compter l'abonnement,
- en comptant l'abonnement.

3) Avec la carte d'abonnement, un client du cinéma a payé 42 € en tout. Combien d'entrées a-t-il achetées ?



- 1) Pour 2 entrées : $10 + 2 \times 4 = 18 \text{ €}$
 Pour 3 entrées : $10 + 3 \times 4 = 22 \text{ €}$
 Pour 10 entrées : $10 + 10 \times 4 = 50 \text{ €}$
- 2) a) $4x$ b) $4x + 10$
- 3) $4x + 10 = 42$
 En prenant $x = 8$, on a : $4 \times 8 + 10 = 42$
 Le client a acheté 8 entrées.

III. Résolution d'équations

1) Introduction

Soit l'équation : $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$

But : Trouver x !

C'est-à-dire : isoler x dans l'équation pour arriver à :

$x = \text{nombre}$

Les différents éléments d'une équation sont liés ensemble par des opérations. Nous les désignerons « liens faibles » (+ et -) et « liens forts » (x et :). Ces derniers marquent en effet une priorité opératoire. Pour signifier que le lien est fort, le symbole « x » peut être omis.

Dans l'équation ci-dessus, par exemple, $2x$ et $5x$ sont juxtaposés par le lien faible « - ». Par contre, 2 et x sont juxtaposés par un lien fort « x » qui est omis.

Dans l'équation $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$, on reconnaît des membres de la **famille des x** et des membres de la **famille des nombres** juxtaposés par des « liens faibles ».

Pour obtenir « $x = \text{nombre}$ », on considère que la **famille des x** habite à gauche de la « **barrière =** » et la **famille des nombres** habite à droite.

Résoudre une équation, c'est clore deux petites réceptions où se sont réunis **des x** et **des nombres**. Une se passe chez **les x** et l'autre chez **les nombres**. La fête est finie, chacun rentre chez soi.

On sera ainsi menés à effectuer des mouvements d'un côté à l'autre de la « **barrière =** » en suivant des règles différentes suivant que le lien est fort ou faible.

2) Avec « lien faible »

*Le savant perse Abu Djafar Muhammad ibn Musa **al Khwarizmi** (Bagdad, 780-850) est à l'origine des méthodes appelées « al jabr » (=le reboutement ; le mot est devenu "algèbre" aujourd'hui) et « al muqabala » (=la réduction).*

Elles consistent en :

- **al jabr** :

Dans l'équation, un terme négatif est accepté mais al Khwarizmi s'attache à s'en débarrasser au plus vite. Pour cela, il ajoute son opposé des deux côtés de l'équation. Par exemple : $4x - 3 = 5$ devient $4x - 3 + 3 = 5 + 3$ soit $4x = 5 + 3$.

- **al muqabala** :

Les termes positifs semblables sont réduits.

Par exemple : $4x = 9 + 3x$ devient $x = 9$. On soustrait $3x$ de chaque côté de l'égalité.

Méthode : Résoudre une équation (1)

 Vidéo https://youtu.be/uV_EmbYu9

Résoudre : $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$

1ere étape : chacun rentre chez soi !

$$2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$$

$$2x + 5x - 3x - 3x = + 2 + 4$$

2e étape : réduction (des familles)

$$x = 6$$

Pour un lien faible, chaque déplacement par-dessus « la barrière = » se traduit par un changement de signe de l'élément déplacé.

3) Avec « lien fort »

La méthode qui s'appelait « al hatt » consistait à diviser les deux membres de l'équation par un même nombre.

Méthode : Résoudre une équation (2)

 Vidéo <https://youtu.be/mK8Y-v-K0cM>

 Vidéo <https://youtu.be/BOq2Lk9Uyw8>

Résoudre les équations suivantes :

$$1) 2x = 6 \quad 2) -3x = 4 \quad 3) \frac{x}{-3} = 4 \quad 4) \frac{7}{9}x = -2$$

$$1) \quad 2x = 6$$

$$\frac{2}{2}x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

On divise chaque membre par 2 afin de se débarrasser du « 2 » au membre de gauche.

$$2) \quad -3x = 4$$

$$\frac{-3}{-3}x = \frac{4}{-3} \quad \text{On divise chaque membre par } -3.$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$3) \quad \frac{x}{-3} = 4$$

$$\frac{x}{-3} \times (-3) = 4 \times (-3) \quad \text{On multiplie chaque membre par } -3.$$

$$x = 4 \times (-3)$$

$$x = -12$$

$$4) \quad \frac{7}{9}x = -2$$

$$\frac{9}{7} \times \frac{7}{9}x = -2 \times \frac{9}{7} \quad \text{On multiplie chaque membre par } \frac{9}{7}.$$

$$x = -2 \times \frac{9}{7}$$

$$x = -\frac{18}{7}$$

4) Avec les deux

Méthode : Résoudre une équation (3)

 Vidéo <https://youtu.be/QURskM271bE>

Résoudre : $4x + 5 - 3x - 4 = 3x + 2 + x$

$$4x + 5 - 3x - 4 = 3x + 2 + x$$

$$4x - 3x - x - 3x = 2 + 4 - 5 \quad \leftarrow 1.$$

$$-3x = 1 \quad \leftarrow 2.$$

$$x = \frac{1}{-3} \quad \leftarrow 3.$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

Étapes successives :

1. Chacun rentre chez soi : liens faibles
2. Réduction
3. Casser le dernier lien fort

Comment en est-on arrivé là ?

	<i>Aujourd'hui</i>	$4x^2 + 3x - 10 = 0$
<i>René Descartes</i>	<i>Vers 1640</i>	$4xx + 3x \infty 10$
<i>François Viète</i>	<i>Vers 1600</i>	4 in A quad + 3 in A aequatur 10
<i>Simon Stevin</i>	<i>Fin XVIe</i>	4(2) + 3(1) egales 10(0)
<i>Tartaglia</i>	<i>Début XVIe</i>	4q p 3R equale 10N
<i>Nicolas Chuquet</i>	<i>Fin XVe</i>	4² p 3¹ egault 10⁰
<i>Al Khwarizmi</i>	<i>Début IXe</i>	Quatre carrés et trois racines sont égaux à dix dirhams
<i>Luca Pacioli</i>	<i>Fin XVe</i>	Quattro qdrat che gioto agli tre n^o faccia 10 (traduit par 4 carrés joints à 3 nombres font 10)
<i>Diophante</i>	<i>IIIe</i>	$\Delta^Y \delta \zeta \gamma \varepsilon \sigma \tau \iota$ (traduit par inconnue carré 4 et inconnue 3 est 10)
<i>Babyloniens et Égyptiens</i>	<i>Ile millénaire avant J.C.</i>	Problèmes se ramenant à ce genre d'équation.

TP info : « Recherche de la solution d'une équation »

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.pdf

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.ods (Feuille de calcul OOo)



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales