

ÉQUATIONS

▶ Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/Z0i031tldpQ>

Partie 1 : Solution d'une équation

INCONNUE : C'est une lettre qui cache un nombre cherché :

$$\rightarrow x$$

EQUATION : C'est une opération « à trous » dont « les trous » sont remplacés par une inconnue :

$$\rightarrow 10x - 2 = 2x + 3$$

RESOUDRE UNE EQUATION : C'est chercher et trouver le nombre caché sous l'inconnue.

SOLUTION : C'est le nombre caché sous l'inconnue :

$$\rightarrow x = 0,625$$

VÉRIFICATION : On remplace la solution dans l'équation.

$$\rightarrow 10 \times 0,625 - 2 = 2 \times 0,625 + 3, \text{ donc } 0,625 \text{ est solution.}$$

Méthode : Vérifier si un nombre est solution d'une équation

▶ Vidéo <https://youtu.be/PLuSPM6rJKI>

Vérifier si 14 est solution de l'équation $4(x - 2) = 3x + 6$

Correction

On remplace la valeur 14 dans les deux membres de l'équation.

- D'une part :

$$4(x - 2) = 4(14 - 2) = 4 \times 12 = 48$$

- D'autre part :

$$3x + 6 = 3 \times 14 + 6 = 42 + 6 = 48$$

14 vérifie l'équation $4(x - 2) = 3x + 6$ donc 14 est solution !

Partie 2 : Résoudre un problème

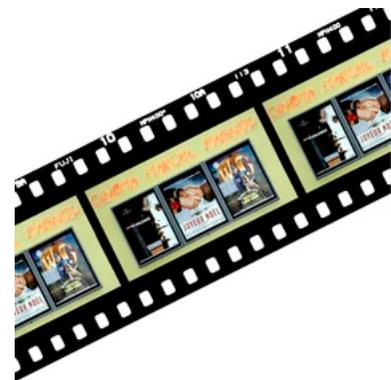
Méthode : Mettre un problème en équation

▶ Vidéo <https://youtu.be/q3ijSWk1iF8>

Une carte d'abonnement pour le cinéma coûte 20 €.

Avec cette carte, le prix d'une entrée est de 8 €.

1) Calculer le prix à payer pour 2, 3, puis 10 entrées.



- 2) Soit x le nombre d'entrées. Exprimer en fonction de x le prix à payer :
- sans compter l'abonnement,
 - en comptant l'abonnement.
- 3) Avec la carte d'abonnement, un client du cinéma a payé 60 € en tout. Combien d'entrées a-t-il achetées ?

Correction

- 1) Pour 2 entrées : La carte à 20 € + 2 entrées à 8 € = $20 + 2 \times 8 = 36$ €
 Pour 3 entrées : $20 + 3 \times 8 = 44$ €
 Pour 10 entrées : $20 + 10 \times 8 = 100$ €

2) a) $8 \times x = 8x$ b) $8x + 20$

3) $8x + 20 = 60$

Après quelques essais, on trouve $x = 5$, on a en effet : $8 \times 5 + 20 = 60$
 Le client a acheté 5 entrées.

Partie 3 : Résolution d'équations

1) Introduction

Soit l'équation : $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$

But : Trouver x !

C'est isoler x dans l'équation pour arriver à :
 $x = \text{nombre}$

Dans l'équation $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$, on reconnaît des membres de la famille des x et des membres de la famille des nombres.

Pour obtenir « $x = \text{nombre}$ » à la fin, on considère que la famille des x habite à gauche de la « barrière = » et la famille des nombres habite à droite.

Résoudre une équation consistera ici à : « Chacun rentre chez soi ! ».

Le savant perse Abu Djafar Muhammad ibn Musa **al Khwarizmi** (Bagdad, 780-850) est à l'origine des méthodes appelées « al jabr » (=le reboutement ; le mot est devenu "algèbre" aujourd'hui) et « al muqabala » (=la réduction).

Elles consistent en :

- **al jabr** : Dans l'équation, un terme négatif est accepté mais al Khwarizmi s'attache à s'en débarrasser au plus vite. Pour cela, il ajoute son opposé des deux côtés de l'équation.

Par exemple : $4x - 3 = 5$ devient $4x - 3 + 3 = 5 + 3$ soit $4x = 5 + 3$.

- **al muqabala** : Les termes positifs semblables sont réduits.

Par exemple : $4x = 9 + 3x$ devient $x = 9$. On soustrait $3x$ de chaque côté de l'égalité.



Méthode : Résoudre une équation (1)

 Vidéo https://youtu.be/uV_EmbYu9_E

Résoudre les équations suivantes : a) $3x - 4 = 2x + 1$ b) $2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$

Correction

a) 1^{re} étape : *Chacun rentre chez soi !*

$$3x - 4 = 2x + 1$$

$3x - 4 = 2x + 1$ ← On reconnaît les membres de la **famille des x** et de la **famille des nombres**.

$3x = 2x + 1 + 4$ ← -4 rentre chez lui en changeant de signe (*).

$3x - 2x = +1 + 4$ ← $2x$ rentre chez lui en changeant de signe (**).

2^e étape : *Réduction (des familles)*

$$\begin{aligned} 3x - 2x &= +1 + 4 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$$b) 2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$$

$$2x + 5x - 4 = 3x + 2 + 3x$$

$$2x + 5x - 3x - 3x = +2 + 4$$

$$x = 6$$

(*) Explication :

$$3x - 4 = 2x + 1$$

$$3x - 4 + 4 = 2x + 1 + 4$$

$$3x = 2x + 1 + 4$$

(**) Explication :

$$3x = 2x + 1 + 4$$

$$3x - 2x = 2x + 1 + 4 - 2x$$

$$3x - 2x = +1 + 4$$

Méthode : Résoudre une équation (2)

 Vidéo <https://youtu.be/mK8Y-v-K0cM>

 Vidéo <https://youtu.be/BOq2Lk9Uyw8>

Résoudre les équations suivantes :

$$1) 2x = 6 \quad 2) -3x = 4 \quad 3) \frac{x}{-3} = 4 \quad 4) \frac{7}{9}x = -2$$

Correction

$$1) 2x = 6$$

$$\frac{2}{2}x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

← On divise par 2 afin de se débarrasser du « 2 » de $2x$.

$$2) -3x = 4$$

$$\frac{-3}{-3}x = \frac{4}{-3}$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

← On divise par -3 .

$$3) \quad \frac{x}{-3} = 4$$

$$(-3) \times \frac{x}{-3} = (-3) \times 4 \quad \leftarrow \text{On multiplie par } -3.$$

$$x = (-3) \times 4$$

$$x = -12$$

$$4) \quad \frac{7}{9}x = -2$$

$$\frac{9}{7} \times \frac{7}{9}x = \frac{9}{7} \times (-2) \quad \leftarrow \text{On multiplie par } \frac{9}{7}.$$

$$x = \frac{9}{7} \times (-2)$$

$$x = -\frac{18}{7}$$

Méthode : Résoudre une équation (3)

 Vidéo <https://youtu.be/QRskM271bE>

Résoudre l'équation : $5x + 5 - 3x - 4 = 3x + 2 + x$

Correction

$$5x + 5 - 3x - 4 = 3x + 2 + x$$

$$5x - 3x - 3x - x = 2 - 5 + 4 \quad \leftarrow \text{Chacun rentre chez soi}$$

$$-2x = 1 \quad \leftarrow \text{Réduction}$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{1}{-2} \quad \leftarrow \text{On divise par } -2$$

$$x = \frac{1}{-2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Comment en est-on arrivé là ?

	Aujourd'hui	$4x^2 + 3x - 10 = 0$
René Descartes	Vers 1640	$4xx + 3x \approx 10$
François Viète	Vers 1600	$4 \text{ in } A \text{ quad} + 3 \text{ in } A \text{ aequatur } 10$
Simon Stevin	Fin XVIe	$4(2) + 3(1) \text{ égales } 10(0)$
Tartaglia	Début XVIe	$4q \text{ p } 3R \text{ égale } 10N$
Nicolas Chuquet	Fin XVe	$4^2 \text{ p } 3^1 \text{ égault } 10^0$
Al Khwarizmi	Début IXe	Quatre carrés et trois racines sont égaux à dix dirhams
Luca Pacioli	Fin XVe	Quattro qdrat che gioto agli tre n ^o faccia 10 (traduit par 4 carrés joints à 3 nombres font 10)
Diophante	IIIe	$\Delta^4 \delta \zeta \gamma \text{ εστ} \iota$ (traduit par inconnue carré 4 et inconnue 3 est 10)
Babyloniens et Égyptiens	IIe millénaire avant J.C.	Problèmes se ramenant à ce genre d'équation.

TP info : « Recherche de la solution d'une équation »
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.pdf
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.ods (Feuille de calcul
OOo)



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales