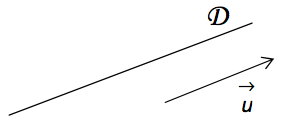
# DROITES DU PLAN

 **Tout le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/d-rUnClmcCY**](https://youtu.be/d-rUnClmcCY)

**Partie 1 : Vecteur directeur et équation cartésienne d’une droite**

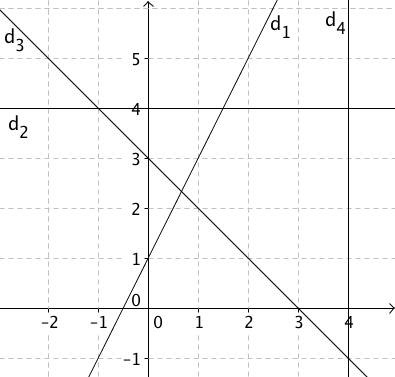
1. Vecteur directeur

Définition : *d*  
 est une droite du plan.

On appelle **vecteur directeur** de tout vecteur non nul qui

possède la même direction que la droite *.*

Méthode : Déterminer graphiquement un vecteur directeur d’une droite



 **Vidéo** [**https://youtu.be/6VdSz-0QT4Y**](https://youtu.be/6VdSz-0QT4Y)

Donner des vecteurs directeurs des

droites d1, d2, d3 et d4.

**Correction**

* Pour d1 :

On choisit un vecteur qui possède la même direction que la droite d1.

Par exemple : convient.

ou sont également des vecteurs directeurs de d1.

* Pour d2 : convient.
* Pour d3 : convient.
* Pour d4 : convient.

1. Équation cartésienne d'une droite

Définition :

Toute droite admet une équation de la forme , avec .

Cette équation est appelée **équation cartésienne** de la droite.

Propriété : Le vecteur est un vecteur directeur de la droite d’équation cartésienne

.

**Démonstration au programme :**

 **Vidéo** [**https://youtu.be/GVDUrdsRUdA**](https://youtu.be/GVDUrdsRUdA)

Soit un point de la droite et un vecteur directeur de .

Un point appartient à la droite si et seulement si les vecteurs et sont colinéaires, soit soit encore .

Donc :

Cette équation peut s'écrire : avec et et .

Les coordonnées de sont donc .

Exemple : Un vecteur directeur de la droite d’équation cartésienne est le vecteur de coordonnées .

En effet, et donc .

Méthode : Déterminer une équation cartésienne de droite à partir d'un point et d'un vecteur directeur

 **Vidéo** [**https://youtu.be/NosYmlLLFB4**](https://youtu.be/NosYmlLLFB4)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/i5WD8IZdEqk**](https://youtu.be/i5WD8IZdEqk)

a) Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par le point et de vecteur directeur .

b) Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par les points et .

**Correction**

a) admet une équation cartésienne de la de la forme .

* Comme est un vecteur directeur de , on a :

Soit et .

Une équation de est donc de la forme .

* Pour déterminer , il suffit de substituer les coordonnées de dans l'équation :

Une équation de est donc .

Remarque : Une autre méthode consiste à utiliser le déterminant :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/rLxQIbQkPsQ**](https://youtu.be/rLxQIbQkPsQ)

b) ● et appartiennent à donc est un vecteur directeur de .

On a : . Donc et .

Une équation cartésienne de est de la forme : .

* appartient à donc : donc .

Une équation cartésienne de est : ou encore .

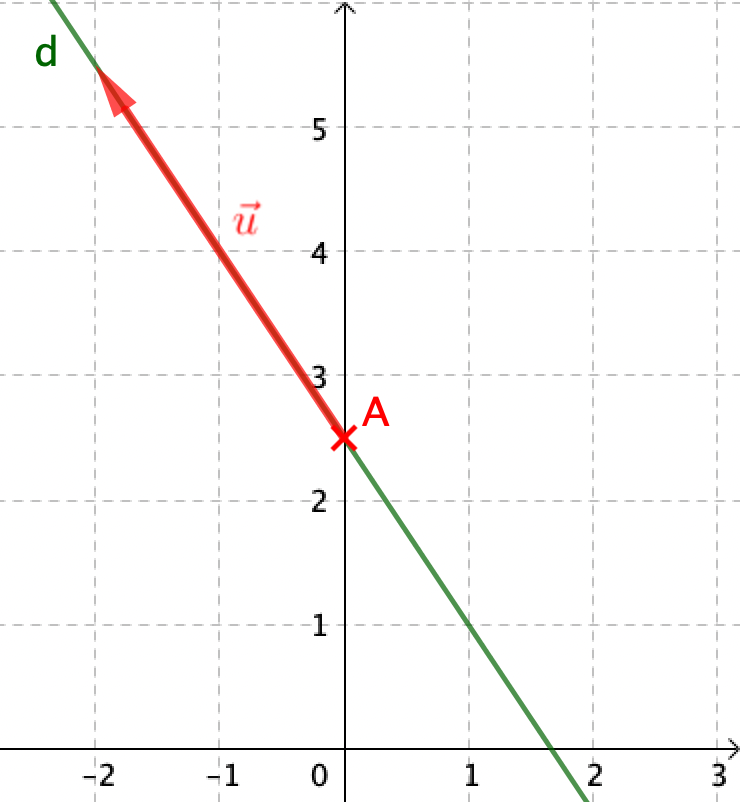
# Méthode : Tracer une droite à partir de l'équation cartésienne

 **Vidéo** [**https://youtu.be/EchUv2cGtzo**](https://youtu.be/EchUv2cGtzo)

Tracer la droite d’équation cartésienne

**Correction**

Pour tracer une droite, il suffit de connaître un point appartenant à la droite et un vecteur directeur.



* On choisit le point d’abscisse  :

Comme , on remplace par dans l’équation et on calcule la valeur de correspondante :

Le point de coordonnées appartient à la droite

* et donc .

est un vecteur directeur de .

On trace la droite passant par le point et de vecteur directeur .

1. Position relative de deux droites

Propriété :

Dire que deux droitessont parallèles équivaut à dire qu’elles ont des vecteurs directeurs colinéaires.

Méthode : Déterminer la position relative des deux droites

 **Vidéo** [**https://youtu.be/NjsVdVolhvU**](https://youtu.be/NjsVdVolhvU)

Démontrer que les droites et d’équations respectives  et

sont parallèles.

**Correction**

Le vecteur est un vecteur directeur de la droite .

Le vecteur est un vecteur directeur de la droite .

Calculons  :

Donc et sont colinéaires et donc les droites et sont parallèles.

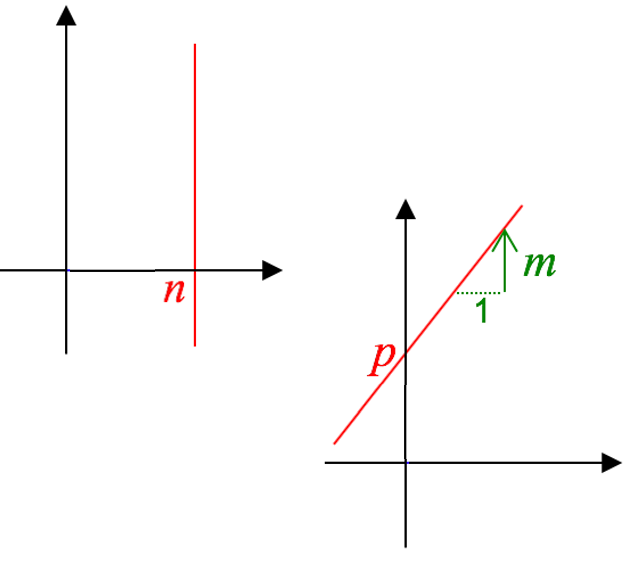
**Partie 2 : Équation réduite et pente d'une droite**

1. Équation réduite

Exemple : Soit dont une droite d'**équation cartésienne** .

On a alors :

Cette équation est appelée l’**équation réduite** de la droite .

Propriété :

Soit une droite .

- Si est parallèle à l’axe des ordonnées :

alors l’équation de est de la forme .

- Si n’est pas parallèle à l’axe des ordonnées :

alors l’équation de est de la forme .

Cette équation est appelée **équation réduite** de la

droite .

Démonstration :

* Si , alors l'équation cartésienne de la droite peut être ramenée à une équation réduite . Et on note et .
* Si , alors l'équation cartésienne de la droite peut être ramenée à l’équation . Dans ce cas, la droite est parallèle à l’axe des ordonnées.

Exemples :

* L’équation est l’équation réduite d’une droite avec :

et

* L’équation est l’équation d’une droite parallèle à l’axe des ordonnées avec :

Méthode : Passer d’une équation cartésienne à l’équation réduite et réciproquement

 **Vidéo** [**https://youtu.be/XA0YajthETQ**](https://youtu.be/XA0YajthETQ)

a) Soit la droite d’équation cartésienne . Déterminer l’équation réduite de .

b) Soit la droite d’équation réduite . Déterminer une équation catésienne de .

**Correction**

a) On veut exprimer l’équation sous la forme Il s’agit donc d’isoler dans l’équation.

  : équation réduite de .

b) On veut exprimer l’équation sous la forme Il s’agit donc de ramener tous les termes de l’équation dans le membre de gauche.

 : équation cartésienne de .

Vocabulaire : - est appelé la **pente** ou le **coefficient directeur** de la droite .

- est appelé l’**ordonnée à l’origine** de la droite .

Remarque : Dans l’équation réduite, on retrouve l’expression d’une fonction affine.

Exercice :

Donner la pente (coefficient directeur) et l’ordonnée à l’origine de chacune des droites d’équations : a) b) c)

**Réponses**

a) Pente : b) Pente :

Ordonnée à l’origine : Ordonnée à l’origine :

c) L’équation peut s’écrire sous sa forme réduite :

Pente :

Ordonnée à l’origine :

Méthode : Représenter graphiquement une droite d’équation réduite donnée

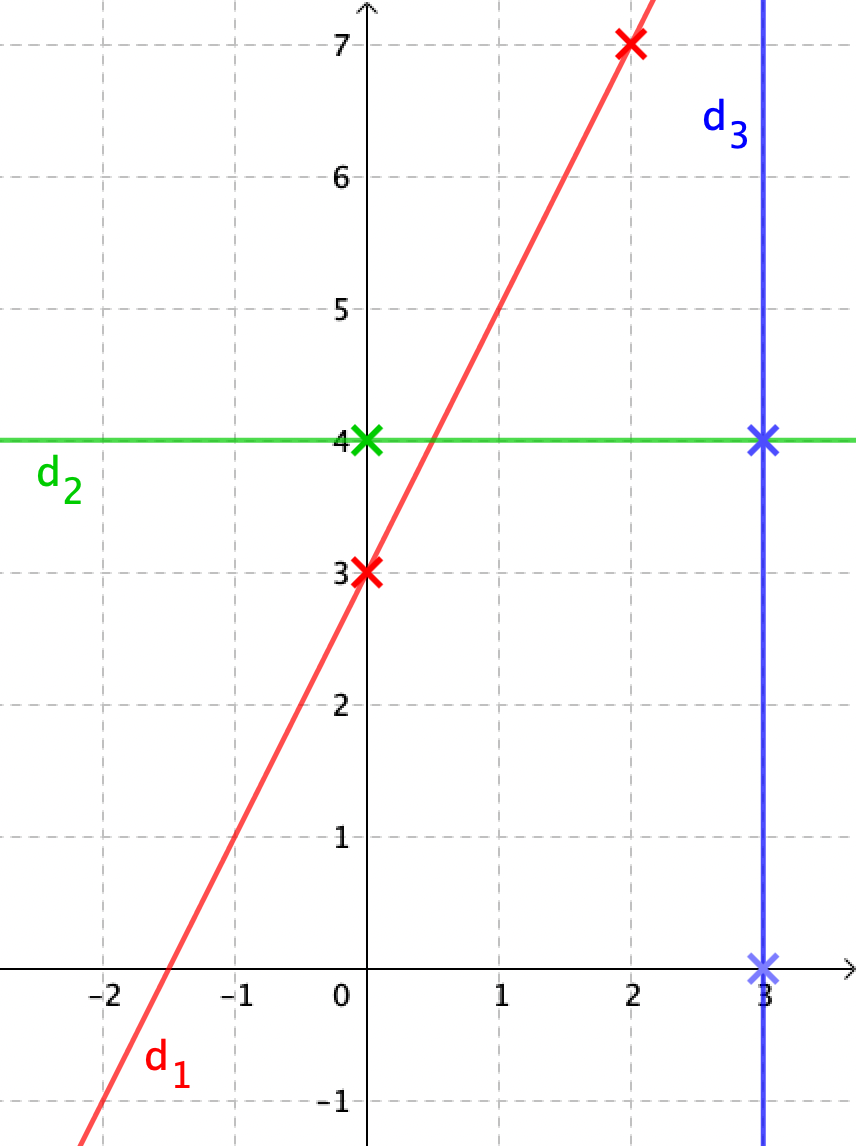
 **Vidéo** [**https://youtu.be/cUdhxkaTqqk**](https://youtu.be/cUdhxkaTqqk)

Dans un repère, tracer les droites  *,* et d’équations respectives :

, , *.*

**Correction**

● - La droite d’équation a pour ordonnée à l’origine 3. Donc le point de coordonnée appartient à la droite *.*

**- On choisit le point d’abscisse  :

Comme , on remplace par dans l’équation et on calcule la valeur de correspondante :

.

Le point de coordonnées appartient à *d1.*

On peut ainsi tracer la droite passant par ces deux points.

● La droite d’équation est l’ensemble des points dont l’ordonnée est égale à . La droite est donc la droite parallèle à l’axe des abscisses passant par le point de coordonnées .

● La droite d’équation est l’ensemble des points dont l’abscisse est égale à . La droite est donc la droite parallèle à l’axe des ordonnées passant par le point de coordonnées .

Méthode : Vérifier si un point appartient à une droite d’équation donnée

 **Vidéo** [**https://youtu.be/XA0YajthETQ**](https://youtu.be/XA0YajthETQ)

Les points et appartiennent-ils à la droite  d’équation ?

**Correction**

* + Dire que le point appartient à la droite d’équation revient à dire que les coordonnées de vérifient l’équation de la droite .

Ce qui est le cas, puisque .

Le point appartient donc à la droite .

* + Les coordonnées de ne vérifient pas l’équation de la droite .

En effet : donc le point n’appartient pas à la droite .

Remarque : Pour démontrer que 3 points A, B et C sont alignés, il suffit de montrer par exemple que le point A vérifie l’équation de la droite (BC).

1. Pente d’une droite

Propriété : Si et sont deux points distincts d’une droite tel que alors la droite a pour pente (ou coefficient directeur) .

Méthode : Déterminer une équation réduite de droite dont on connaît deux points

 **Vidéo** [**https://youtu.be/tfagLy6QRuw**](https://youtu.be/tfagLy6QRuw)

Soit et deux points d’une droite . Déterminer une équation de la droite .

**Correction**

L’équation réduite de la droite est de la forme .

* La pente (coefficient directeur) de est : .

L’équation de est donc de la forme : .

* Comme appartient à la droite *d*, ses coordonnées vérifient l’équation de .

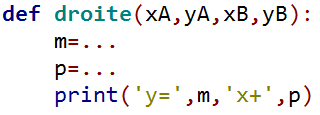
Soit : .

D’où .

L’équation réduite de est donc *.*

**ALGORITHME**

TP avec Python : Déterminer une équation de droite passant par deux points donnés

****[*https://www.maths-et-tiques.fr/telech/Algo\_EqDroite.pdf*](https://www.maths-et-tiques.fr/telech/Algo_EqDroite.pdf)

1. Position relative de deux droites

Propriété : Soient deux droites d’équations réduites et

Dire que les droites sont parallèles revient à dire que leurs pentes sont égales ().

Remarque : Lorsque les pentes sont différentes, les droites sont sécantes.

Exemple : Les droiteset d’équations respectives et sont parallèles car elles ont la même pente égale à .

Méthode : Déterminer la position relative de deux droites

 **Vidéo** [**https://youtu.be/gTUPGw7Bulc**](https://youtu.be/gTUPGw7Bulc)

Dans chaque cas, déterminer la position relative des deux droites :

a) et

b) et

c) et

d) et

**Correction**

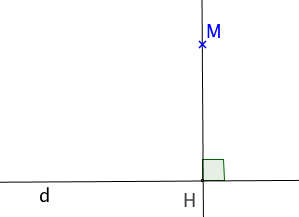
1) Les droiteset sont parallèles car elles ont la même pente égale à .

2) Les droiteset sont sécantes car elles ont des pentes différentes et .

3) Les droiteset sont sécantes car elles ont des pentes différentes et .

4) Les droiteset sont parallèles car elles sont parallèles à l’axe des ordonnées.

**Partie 3 : Projeté orthogonal d’un point sur une droite**

Définition : Soit une droite et un point .

Le **projeté orthogonal** du point sur la droite est le point

d'intersection de la droite avec la perpendiculaire à

passant par .

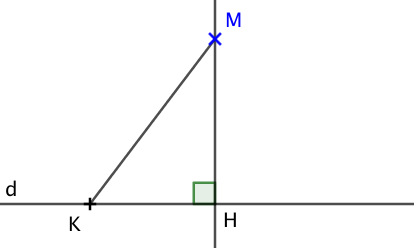
Propriété : Le projeté orthogonal du point sur la droite est le point de la droite le plus proche du point .

**Démonstration au programme :**

 **Vidéo** [**https://youtu.be/DohZ0ehR\_rw**](https://youtu.be/DohZ0ehR_rw)

Soit le projeté orthogonal du point sur la droite .

Supposons qu’il existe un point de la droite plus proche de que l’est le point .



car est le point de la droite le plus proche de .

Donc .

Or, d’après l’égalité de Pythagore, on a :

Donc .

Donc . Ce qui est impossible sauf dans le cas où le point est le point .

On en déduit que est le point de la droite le plus proche du point .

Méthode : Reconnaitre et construire un projeté orthogonal

Une image contenant texte, intérieur, sale

Description générée automatiquement

 **Vidéo** [**https://youtu.be/MiJHpVzyQPc**](https://youtu.be/MiJHpVzyQPc)

1) Donner le projeté orthogonal de :

a) C sur (AB) b) B sur (DF)

c) D sur (AC) d) F sur (AD)

2) Représenter sur la figure le projeté

orthogonal de :

a) C sur (BF). Nommer ce point M.

b) F sur (AB). Nommer ce point N.

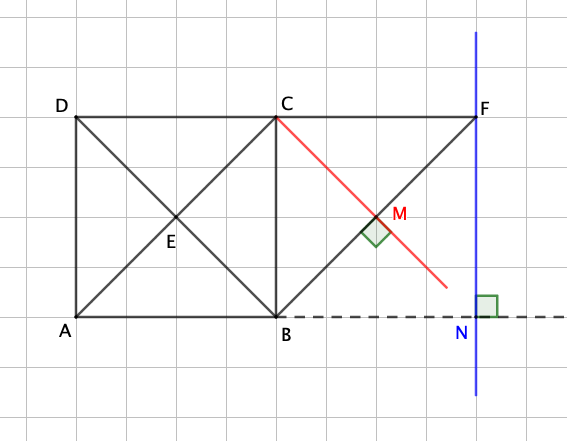
**Correction**

1) a) Il s’agit du point B. En effet, la perpendiculaire à (AB) passant par C coupe (AB) en B.

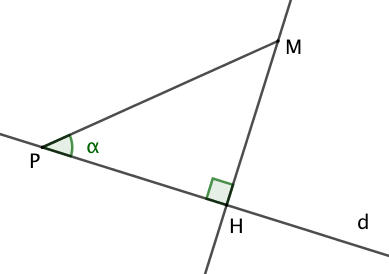
b) Il s’agit du point C.

c) Il s’agit du point E.

d) Il s’agit du point D.

2)

**Démonstration au programme :**



 **Vidéo** [**https://youtu.be/9r2qDd7EkMo**](https://youtu.be/9r2qDd7EkMo)

Soit une droite et un point appartenant à .

Soit un point n’appartenant pas à .

On appelle le projeté orthogonal du point

sur la droite .

On note l’angle .

Démontrons que .

Le triangle est rectangle en , on a donc : soit .

De même, on a : soit .

D’après le théorème de Pythagore, on a :

Soit en remplaçant :

Soit encore :

Soit enfin, en simplifiant : .



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)