

DIVISIBILITÉ ET NOMBRES PREMIERS

▶ Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/al9oHwrlTNo>

Partie 1 : Divisibilité

Propriétés : Un nombre entier est divisible :

- par 2, si son chiffre des unités est pair (se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).
- par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5,
- par 10, si son chiffre des unités est 0,
- par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3,
- par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemples : a) 15 est divisible par 3 et par 5.

On peut dire alors que 3 et 5 sont des **diviseurs** de 15.

Mais on peut également dire que 15 est un **multiple** de 3 ou de 5.

b) 456 est divisible par 3. En effet, $4 + 5 + 6 = 15$ est divisible par 3.

Partie 2 : Nombres premiers

Définition : Un nombre entier est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs qui sont 1 et lui-même.

Liste des nombres premiers inférieurs à 100 :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.

Remarques :

- Cette liste est infinie.
- Le nombre 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur.
- 2 est le seul nombre pair qui est premier.

Méthode : Déterminer des nombres premiers

▶ Vidéo https://youtu.be/N1gY8G_Y5k4

Déterminer les nombres premiers compris entre 20 et 50

Correction

- On écrit la liste de tous les nombres entiers inférieurs à 50 sauf 1 qui n'est pas premier :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

- **2 est un nombre premier** donc tous ses multiples ne sont pas premiers.
On les élimine :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

- **3 est un nombre premier** donc tous ses multiples ne sont pas premiers.
On les élimine si ce n'est pas déjà fait :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

- **5 est un nombre premier** donc tous ses multiples ne sont pas premiers.
On les élimine si ce n'est pas déjà fait :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

- **7 est un nombre premier** donc tous ses multiples ne sont pas premiers.
On les élimine si ce n'est pas déjà fait :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

- On poursuit ainsi. Les nombres restants sont les nombres premiers :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

- Les nombres premiers compris entre 20 et 50 sont : **23, 29, 31, 37, 41, 43, 47**

Partie 3 : Décomposition en facteurs premiers

Exemples :

- $20 = 2 \times 2 \times 5$ est une décomposition du nombre 20 en produit de facteurs premiers.

En effet, chaque facteur de la décomposition est un nombre premier.

- $231 = 3 \times 7 \times 11$

- $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$

Propriété : Tout nombre non premier peut se décomposer en produit de facteurs premiers. L'ordre des facteurs n'a pas d'importance.

Méthode : Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers



Vidéo <https://youtu.be/RBE2wPIKagI>

Décomposer 300 en produit de facteurs premiers.

Correction :

Pour le faire, il est important de bien connaître le début de la liste des nombres premiers :

2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

On commence par tester si **300** est divisible par **2** (1^{er} nombre premier).

La réponse est « oui » car **300** se termine par un chiffre pair.

Et on a : **$300 : 2 = 150$**

$$\begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ \hline 150 & \end{array}$$

On recommence, en testant si **150** est divisible par **2**.

La réponse est « oui » et **$150 : 2 = 75$**

$$\begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ \hline 150 & 2 \\ \hline 75 & \end{array}$$

On recommence, en testant si **75** est divisible par 2.

La réponse est « non » !

On teste alors le nombre premier suivant dans la liste.

Est-ce que **75** est divisible par **3** ?

La réponse est « oui » car $7+5=12$ est divisible par 3.

Et on a : **$75 : 3 = 25$**

$$\begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ \hline 150 & 2 \\ \hline 75 & 3 \\ \hline 25 & \end{array}$$

On recommence, en testant si **25** est divisible par 3.

La réponse est « non » !

On teste alors le nombre premier suivant dans la liste.

Est-ce que **25** est divisible par **5** ?

La réponse est « oui » et on a **$25 : 5 = 5$** .

$$\begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ \hline 150 & 2 \\ \hline 75 & 3 \\ \hline 25 & 5 \\ \hline 5 & \end{array}$$

On recommence, en testant si **5** est **divisible par 5**.

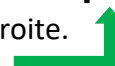
La réponse est « oui » et on a **5 : 5 = 1**.

C'est fini, on trouve **1** !

La décomposition en produit de facteurs premiers de 300 se lit dans la colonne de droite.

$$300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	1



© Copyright

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales