DÉRIVATION – Chapitre 2/3

 **Tout le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/uMSNllPBFhQ**](https://youtu.be/uMSNllPBFhQ)

**Partie 1 : Dérivées des fonctions usuelles**

1) Exemples d’introduction :

Démonstration au programme : Dérivée de la fonction carré

 **Vidéo** [**https://youtu.be/-nRmE8yFSSg**](https://youtu.be/-nRmE8yFSSg)

Soit la fonction définie sur par .

Démontrons que pour tout réel, on : .

Calculons le nombre dérivé de la fonction en (nombre réel quelconque).

Pour : = = = =

Or : = =

Pour tout nombre , on associe le nombre dérivé de la fonction égal à .

On a donc défini sur une fonction, notée dont l'expression est .

Cette fonction s'appelle la fonction dérivée de .



Le mot « dérivé » vient du latin « derivare » qui signifiait « détourner un cours d’eau ».

Le mot a été introduit par le mathématicien franco-italien *Joseph Louis Lagrange* (1736 ; 1813) pour signifier que cette nouvelle fonction dérive (au sens de "provenir") d'une autre fonction.

Démonstration au programme : Dérivée de la fonction inverse

 **Vidéo** [**https://youtu.be/rQ1XfMN5pdk**](https://youtu.be/rQ1XfMN5pdk)

Soit la fonction définie sur par .

Démontrons que pour tout de , on a : .

Pour et :

= = = =

Or : = =

Pour tout nombre , on associe le nombre dérivé de la fonction égal à .

Ainsi, pour tout de , on a : .

Définitions :

On dit que la fonction est **dérivable** sur un intervalle si elle est dérivable en tout réel de . Dans ce cas, la fonction qui à tout réel de associe le nombre dérivé de en est appelée **fonction dérivée** de et se note .

2) Dérivées des fonctions usuelles :

|  |  |
| --- | --- |
| **Fonction** | **Dérivée** |
| , |  |
| , |  |
|  |  |
| entier |  |
|  |  |
| entier |  |
|  |  |

Méthode : Dériver les fonctions usuelles

 **Vidéo** [**https://youtu.be/9Mann4wOGJA**](https://youtu.be/9Mann4wOGJA)

Calculer la dérivée de chacune des fonctions :

 ;  ;  ;  ;

**Correction**

3) Cas de la fonction racine carrée

On peut lire dans le tableau plus haut que la fonction racine carrée est définie sur l’intervalle   
mais dérivable sur l’intervalle ].

Démonstration au programme : Non dérivabilité de la fonction racine carrée en 0

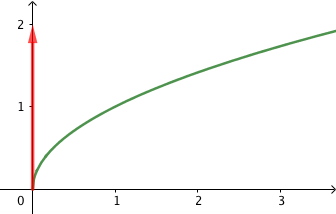
 **Vidéo** [**https://youtu.be/N5wnOoLDrjo**](https://youtu.be/N5wnOoLDrjo)

Soit la fonction définie sur par .

On calcule le taux d’accroissement de  en 0 :

Pour  : = = = = =

Or : = = .

En effet, lorsque tend vers 0, prend des valeurs de plus en plus grandes.

Donc n’est pas dérivable en 0.

Géométriquement, cela signifie que la courbe

représentative de la fonction racine carrée admet

une tangente verticale en 0.

**Partie 2 : Opérations sur les fonctions dérivées**

* 1) Opérations sur les fonctions dérivées :

et sont deux fonctions dérivables.

|  |  |
| --- | --- |
| **Fonction** | **Dérivée** |
|  |  |
| , |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Démonstration au programme pour le produit :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/PI4A8TLGnxE**](https://youtu.be/PI4A8TLGnxE)

Soit et deux fonctions dérivables sur un intervalle .

On veut démontrer que pour tout de , on a :

+

En passant à la limite lorsque tend vers 0, on a :

= et =

Car et sont dérivables sur .

Et, = .

Soit, =

Ainsi :

Méthode : Calculer les dérivées de sommes, produits et quotients de fonctions

 **Vidéo** [**https://youtu.be/ehHoLK98Ht0**](https://youtu.be/ehHoLK98Ht0)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/1fOGueiO\_zk**](https://youtu.be/1fOGueiO_zk)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/OMsZNNIIdrw**](https://youtu.be/OMsZNNIIdrw)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/jOuC7aq3YkM**](https://youtu.be/jOuC7aq3YkM)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/-MfEczGz\_6Y**](https://youtu.be/-MfEczGz_6Y)

Dans chaque cas, calculer la fonction dérivée de :

a) b)

c) d) e)

**Correction**

a) avec

=

Donc : = +

b) avec

Donc :

c) avec

Donc :

+

d) avec

Donc : = =

e) avec

Donc :

2) Dérivée d’une fonction composée

|  |  |
| --- | --- |
| **Fonction** | **Dérivée** |
|  |  |

Méthode : Dériver une fonction composée

 **Vidéo** [**https://youtu.be/aFkPQkg0p-A**](https://youtu.be/aFkPQkg0p-A)

Calculer les fonctions dérivées des fonctions et définies par :

**Correction**

1)

En effet, la dérivée de la fonction cube est

2)

=

En effet, la dérivée de la fonction racine carrée est



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)