DÉRIVATION – Chapitre 1/3

 **Tout le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/uMSNllPBFhQ**](https://youtu.be/uMSNllPBFhQ)

**Partie 1 : Limite en zéro d'une fonction**

Exemples d’introduction :

1) Soit la fonction définie sur par .

L'image de 0 par la fonction n'existe pas. On s'intéresse cependant aux valeurs de lorsque se rapproche de 0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -0,5 | -0,1 | -0,01 | -0,001 | … | 0,001 | 0,01 | 0,1 | 0,5 |
|  | 1,5 | 1,9 | 1,99 | 1,999 | ? | 2,001 | 2,01 | 2,1 | 2,5 |

On constate que se rapproche de 2 lorsque se rapproche de 0.

On dit que la limite de lorsque tend vers 0 est égale à 2 et on note : .

2) Soit la fonction définie sur par .

A l'aide de la calculatrice, on constate que devient de plus en plus grand lorsque se rapproche de 0.

On dit que la limite de lorsque tend vers 0 est égale à et on note :

.

Définition : On dit que a pour **limite** *L* lorsque tend vers 0 si les valeurs de peuvent être aussi proche de que l'on veut pourvu que soit suffisamment proche de 0.

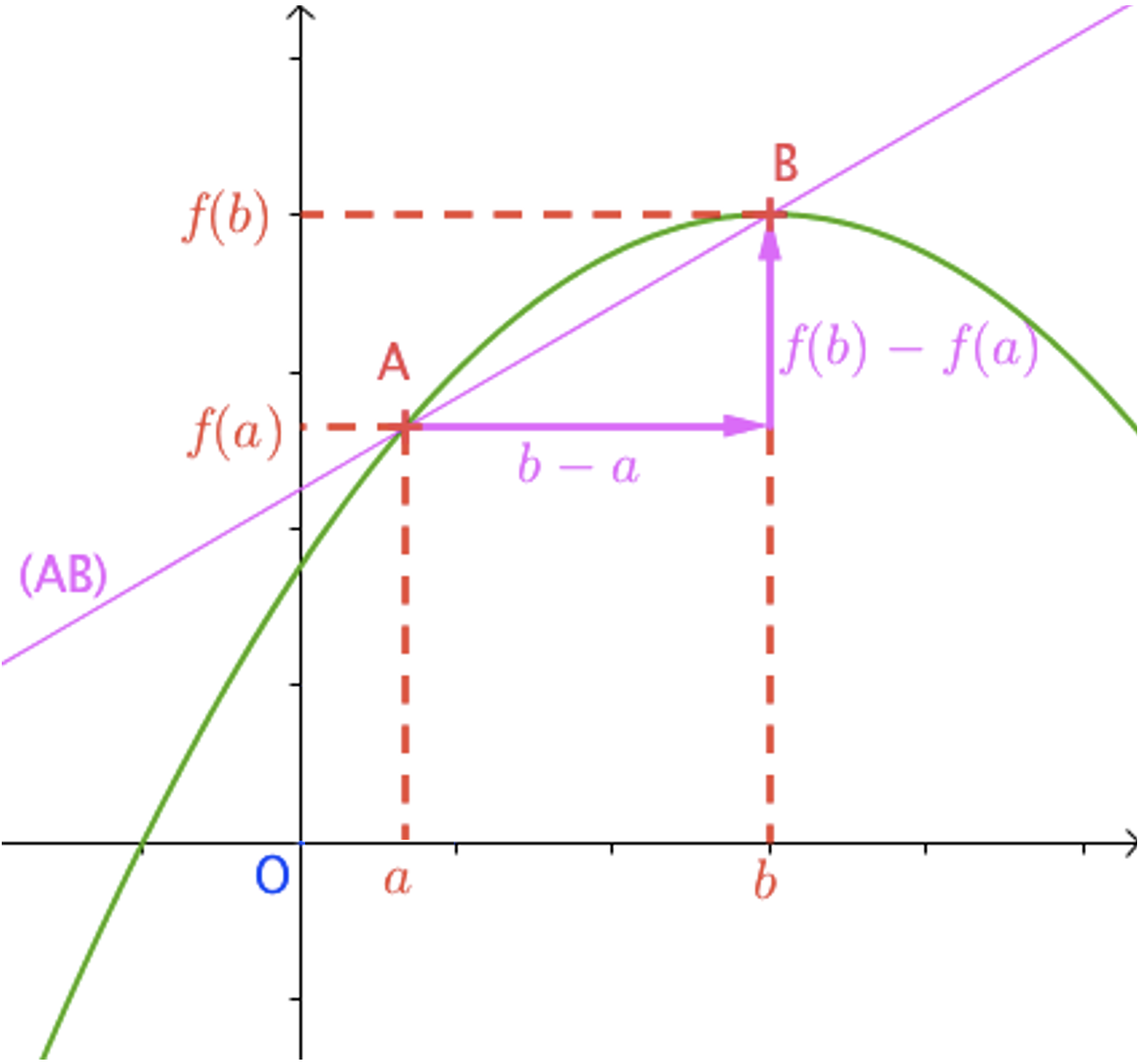
On note : et on lit : la limite de lorsque tend vers 0 est égale à *L*.

**Partie 2 : Nombre dérivé**

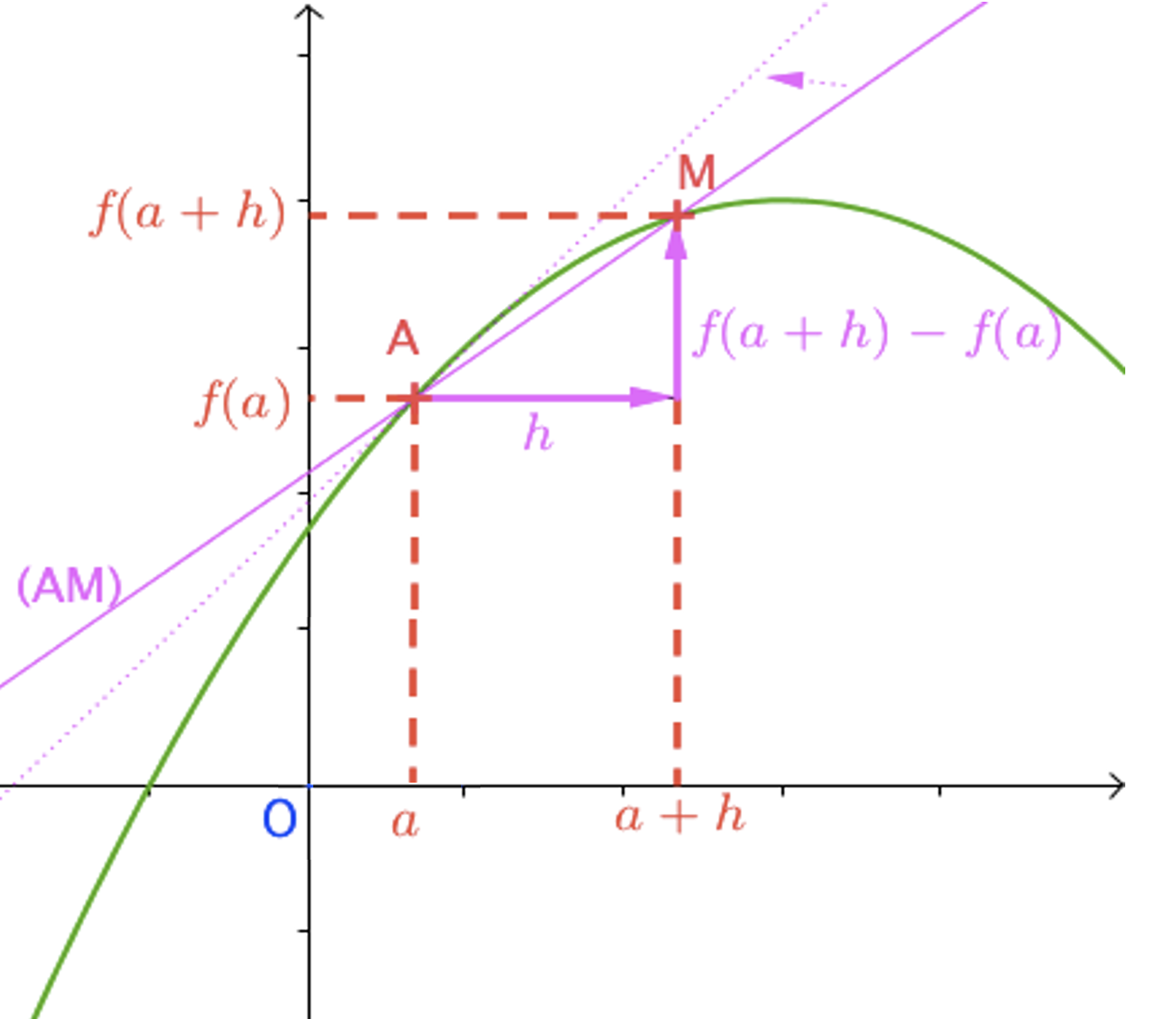
1) Pente d'une droite (rappel)

Formule du taux d’accroissement :

Sur le graphique suivant, la pente de la droite (AB) sécante à la courbe est égale à : .



2) Fonction dérivable



Sur le graphique ci-contre, la pente de la droite (AM) sécante à la courbe est égale à :

= , avec.

Lorsque M se rapproche de A, se rapproche de 0. On note : .

La droite (AM) se rapproche alors d’une position limite dont la pente est égale à .

Cette pente s'appelle le nombre dérivé de en et se note .

Définition : On dit que la fonction est **dérivable** en s'il existe un nombre réel , tel que : = .

est appelé le **nombre dérivé** de en et se note .

Remarque :

Dans la définition, si n’est pas égal à un nombre, alors n’est pas dérivable en .

Par exemple, n’est pas un nombre. En effet, se rapproche de lorsque se rapproche de 0.

Méthode : Démontrer qu'une fonction est dérivable

 **Vidéo** [**https://youtu.be/UmT0Gov6yyE**](https://youtu.be/UmT0Gov6yyE)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/Iv5\_mw1EYBE**](https://youtu.be/Iv5_mw1EYBE)

Soit la fonction trinôme définie sur ℝ par .

Démontrer que est dérivable en .

**Correction**

On commence par calculer pour ≠ 0 :

=

=

=

=

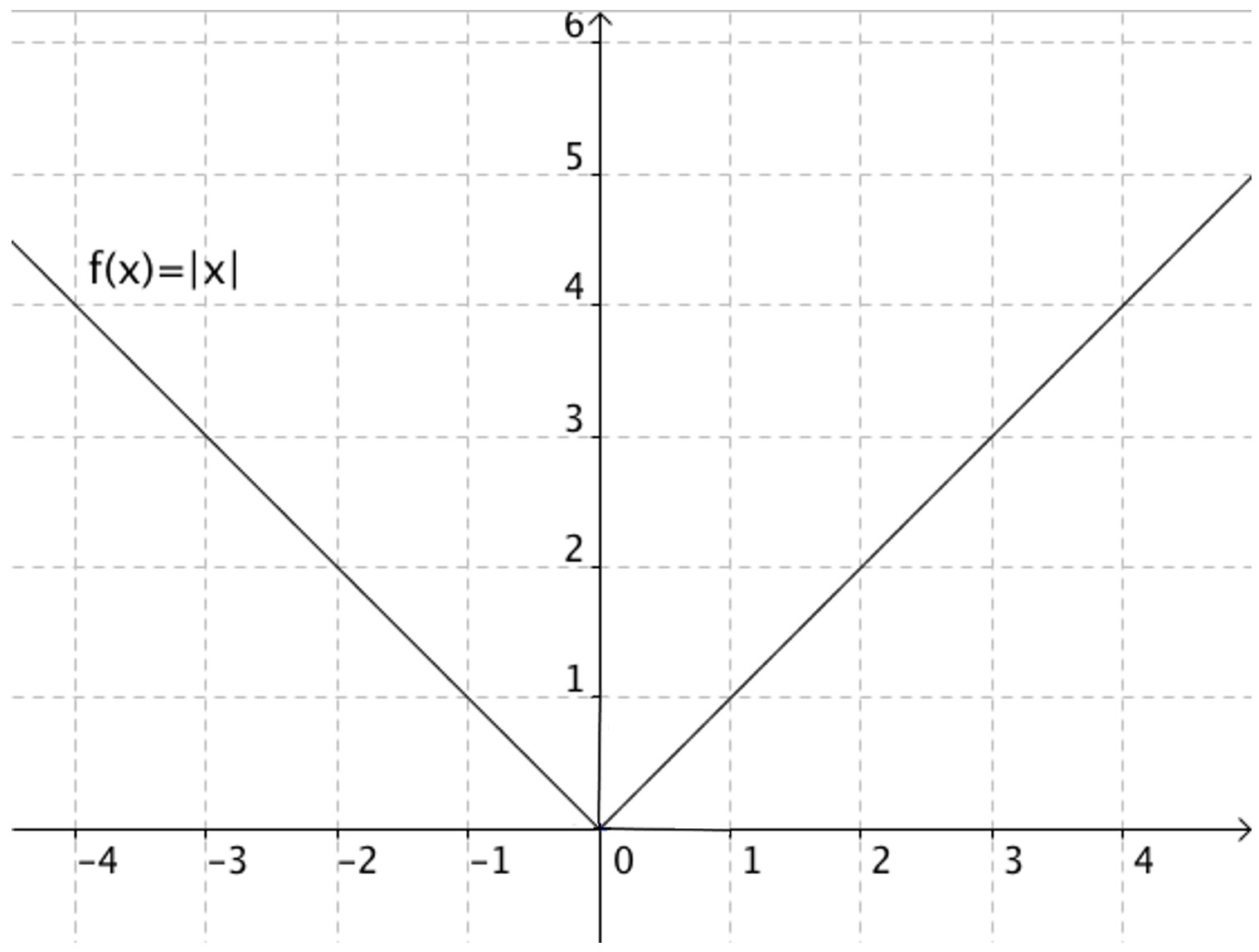
Donc :

On en déduit que est dérivable en .

Le nombre dérivé de en 2 vaut 6 et on note : .

3) Cas de la fonction valeur absolue

Définition : La **fonction valeur absolue** est la fonction définie sur par .



Exemples :

-

-

Propriété :

Si , alors

Si , alors

Propriété : La fonction valeur absolue est strictement décroissante sur l’intervalle et strictement croissante sur l’intervalle .

Éléments de démonstration :

Sur chacun des intervalles et , la fonction valeur absolue est une fonction affine.

Méthode : Démontrer la non dérivabilité en 0 de la fonction valeur absolue

 **Vidéo** [**https://youtu.be/ZKtxnTaIvvs**](https://youtu.be/ZKtxnTaIvvs)

Démontrer que la fonction valeur absolue n’est pas dérivable en 0.

**Correction**

Soit la fonction définie par .

On calcule le taux d’accroissement de  en 0 :

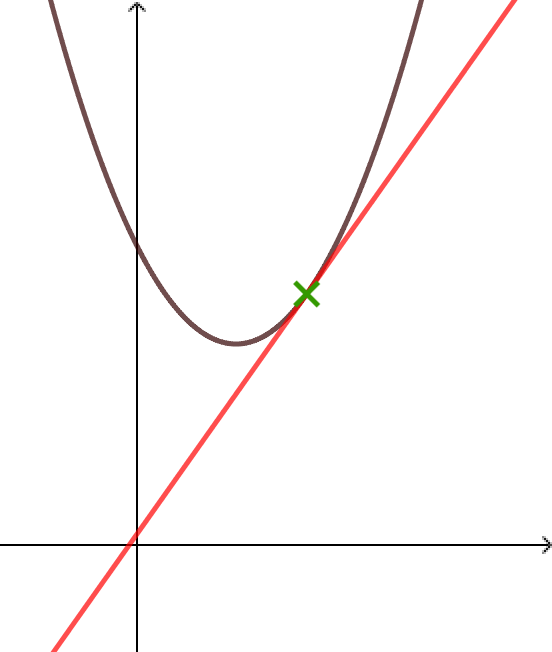
Donc : n’existe pas car dépend du signe de . La limite ne peut pas être égale à la fois à 1 et à .

La fonction valeur absolue n’est donc pas dérivable en 0.

En observant la courbe représentative de la fonction valeur absolue, on comprend bien qu’il n’existe pas de tangente à la courbe en 0.

Remarque : Cependant, il est à noter que la fonction est dérivable en tout nombre différent de 0.

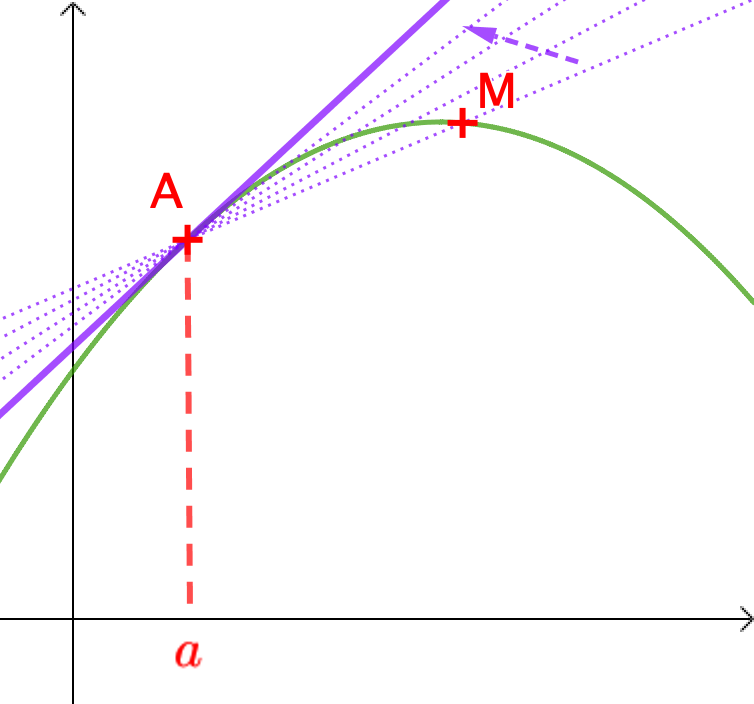
**Partie 3 : Tangente à une courbe**



1) Pente de la tangente

Une tangente à une courbe est une droite qui « touche » la courbe en un point.

Définition : La **tangente** à la courbe au point A d’abscisse est la droite passant par A de pente le nombre dérivé .



Lorsque le point M se rapproche du point A, la droite sécante (AM) se rapproche de la tangente en A à la courbe.

Donc la pente de la tangente est égale au nombre dérivé défini dans le paragraphe précédent.



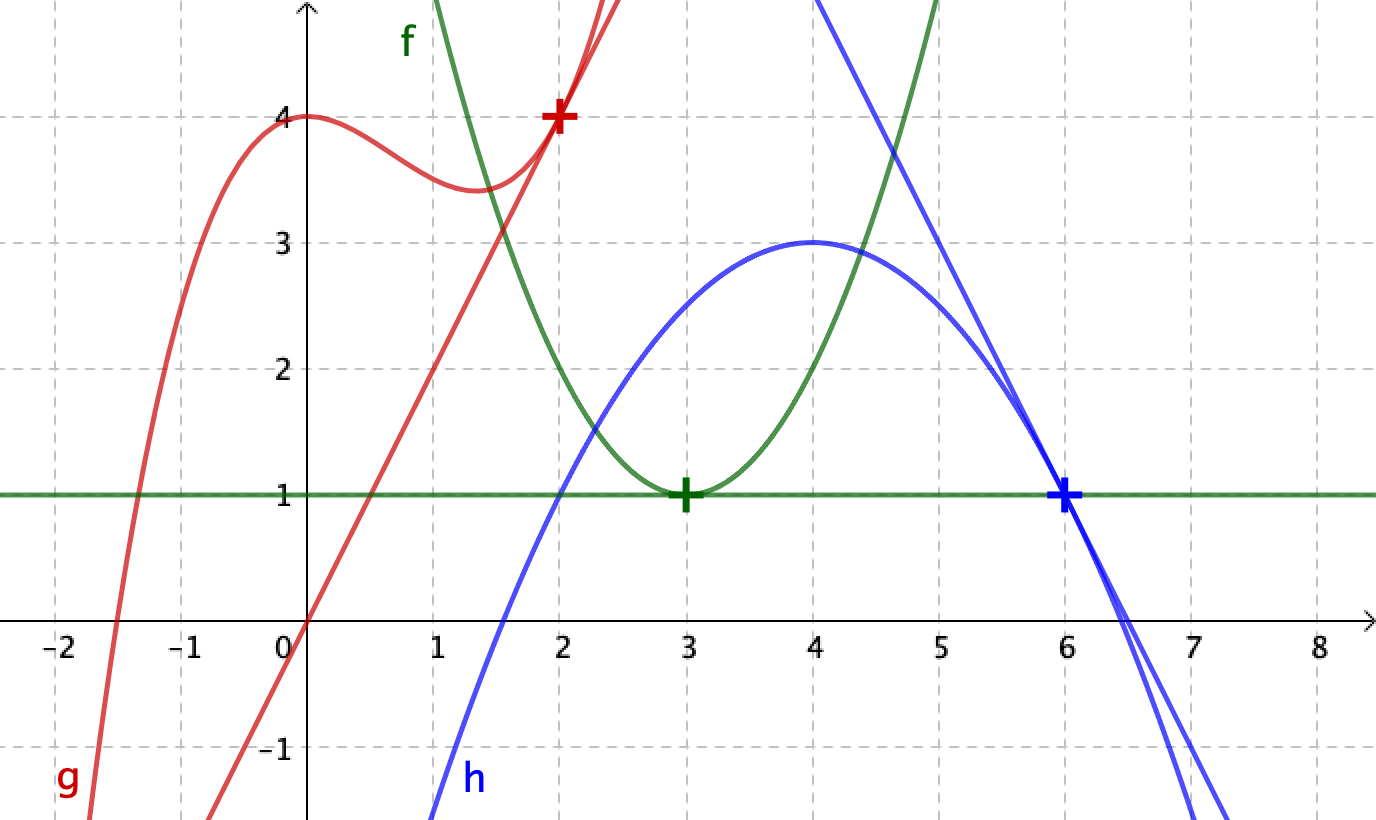
Exemple :

Sur le graphique ci-contre, on lit que la pente de la tangente en 2 est égale à 6.

On a donc :

Méthode : Déterminer graphiquement le nombre dérivé

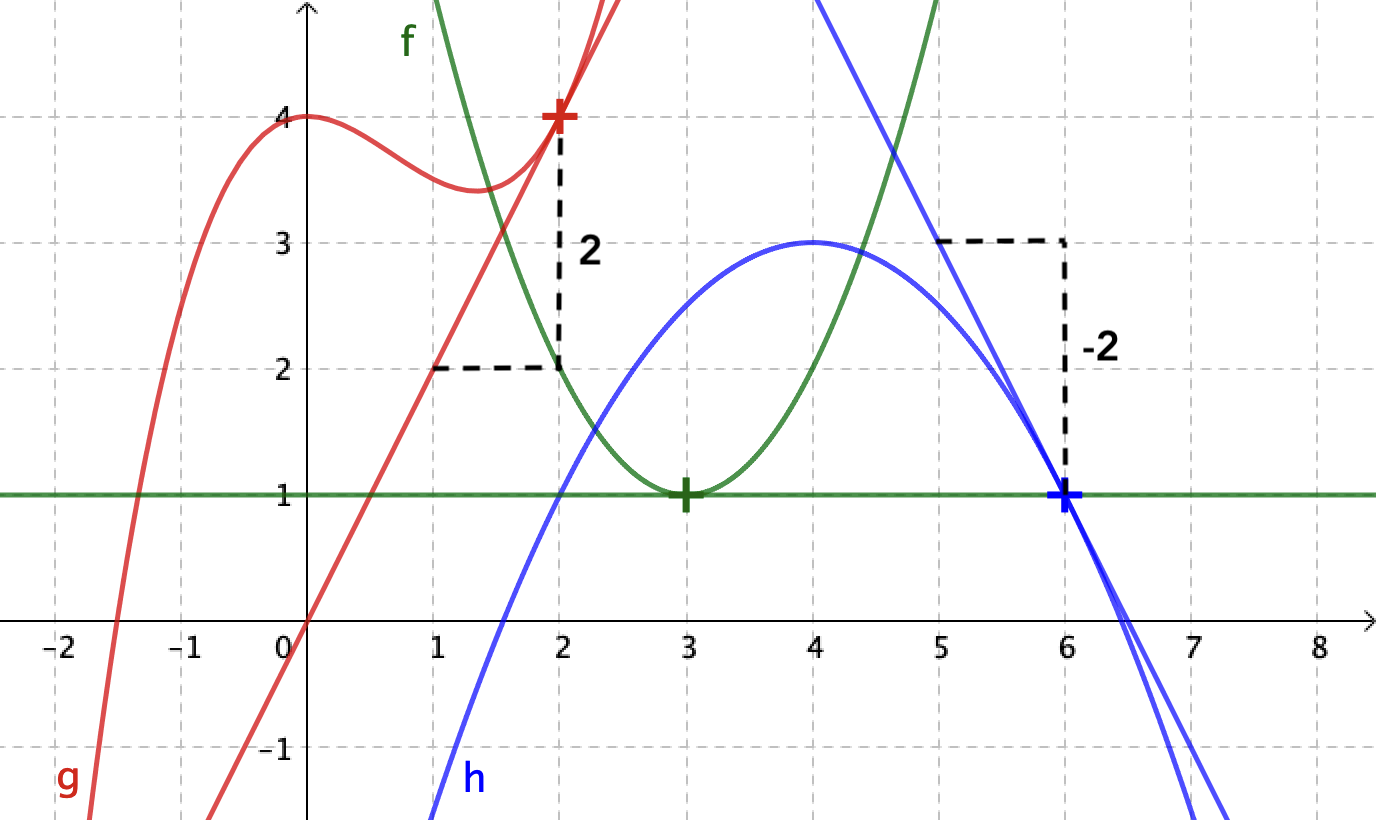
 **Vidéo** [**https://youtu.be/f7AuwNAagAQ**](https://youtu.be/f7AuwNAagAQ)

a) On a représenté les fonctions , et et trois tangentes dans un repère.

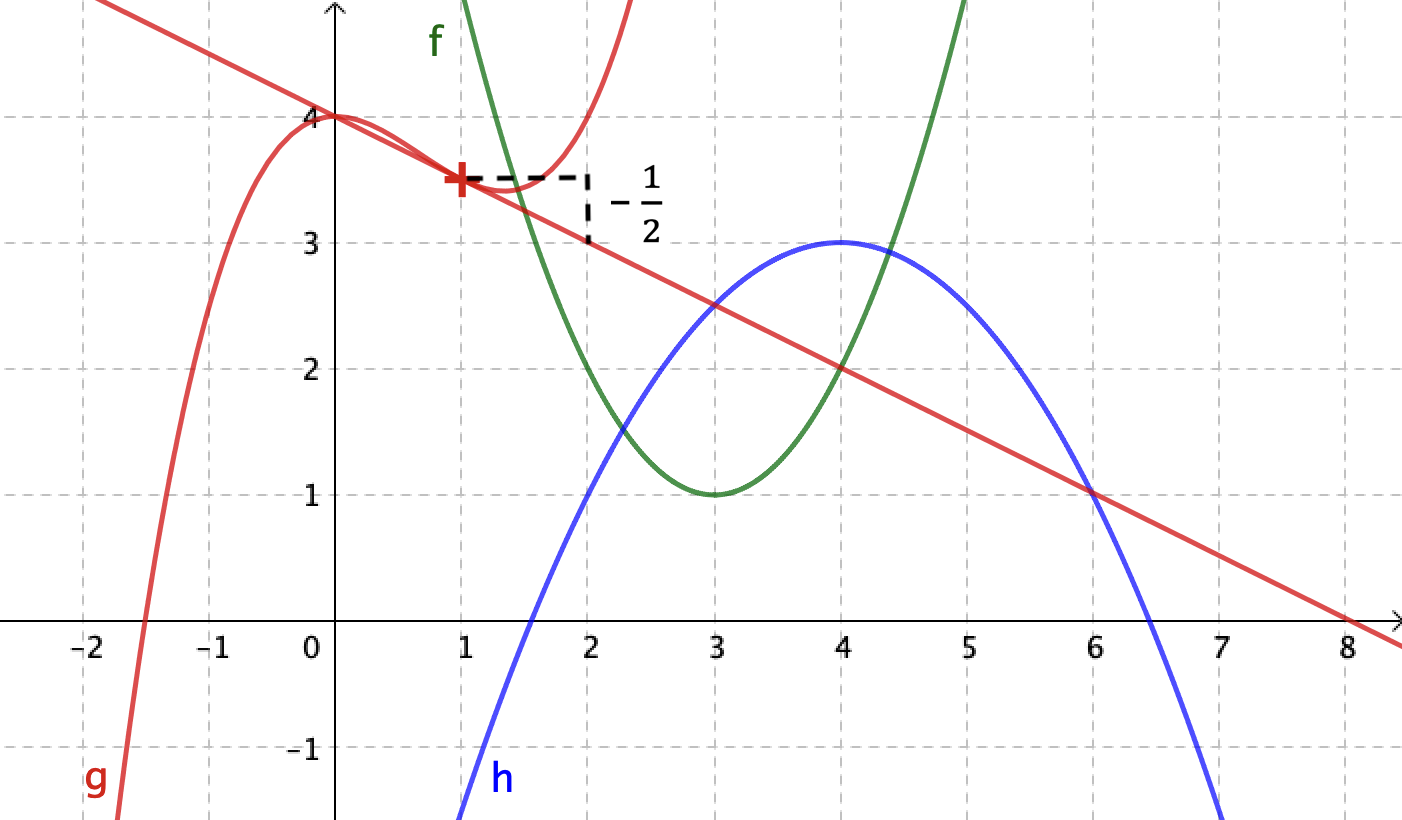
Lire graphiquement , et .

b) Tracer la tangente à la courbe de la fonction en tel que .

**Correction**

****

a) en effet la tangente est parallèle à l’axe des abscisses donc sa pente est nulle.

b)

2) Équation de la tangente

Propriété : Une équation de la tangente à la courbe de la fonction au point d’abscisse

est : .

**Démonstration au programme :**

 **Vidéo** [**https://youtu.be/Jj0ql6-o2Uo**](https://youtu.be/Jj0ql6-o2Uo)

La tangente a pour pente donc son équation est de la forme :

où est l'ordonnée à l'origine.

Déterminons :

La tangente passe par le point A, donc :

soit :

On en déduit que l'équation de la tangente peut s'écrire :

Méthode : Déterminer l’équation d’une tangente à une courbe

 **Vidéo** [**https://youtu.be/fKEGoo50Xmo**](https://youtu.be/fKEGoo50Xmo)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/0jhxK55jONs**](https://youtu.be/0jhxK55jONs)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/7-z62dSkkTQ**](https://youtu.be/7-z62dSkkTQ)

On considère la fonction trinôme *f* définie sur ℝ par .

Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de au point d'abscisse .

**Correction**

Une équation de la tangente au point d’abscisse 1 est de la forme :

● On commence par calculer le nombre dérivé en 1,

=

=

=

=

Donc : =

Le nombre dérivé de en 1 vaut et on note : .

● On calcule

Une équation de la tangente à la courbe en 1 est donc de la forme :

, soit :

Une équation de tangente à la courbe représentative de au point d'abscisse 1 est

.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)