FONCTIONS POLYNÔMES DE DEGRÉ 3

**Partie 1 : Définition**

Exemples et contre-exemples :

-

- sont des fonctions polynômes de degré 3.

-

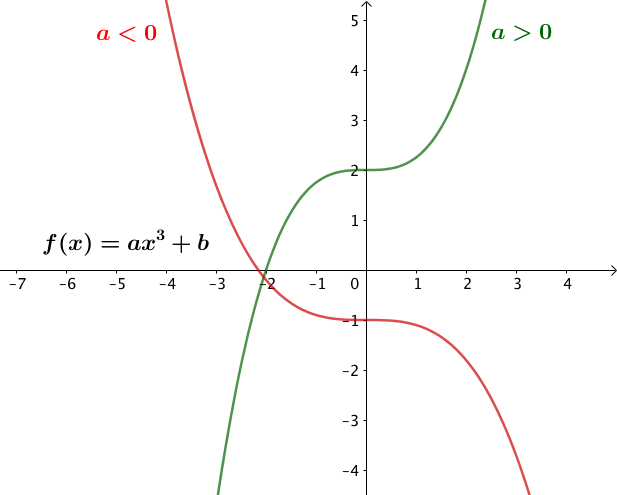
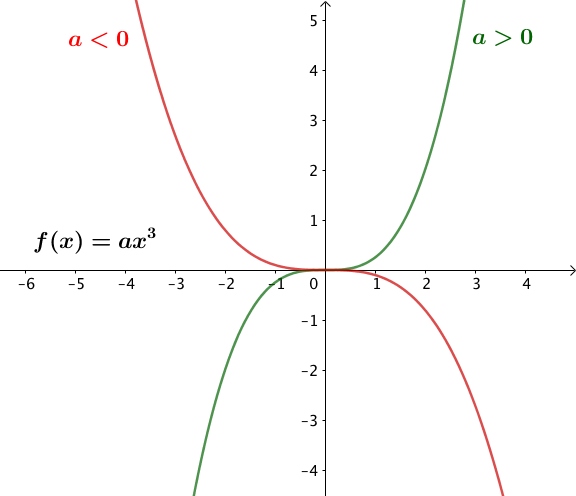
- est une fonction polynôme de degré 1 (fonction affine).

- est une fonction polynôme de degré 5.

Définition : Les fonctions définies sur par ou sont des **fonctions polynômes de degré 3**.

Les coefficients et sont des réels donnés avec .

**Partie 2 : Représentation graphique**



Propriétés :

Soit une fonction polynôme de degré 3, telle que.

- Si  : est strictement croissante.

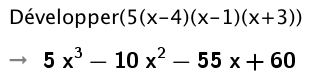
- Si  : est strictement décroissante.

**Partie 3 : Forme factorisée d’une fonction polynôme de degré 3**

Exemple :

La fonction définie par est une fonction polynôme de degré 3 sous sa forme factorisée.

Si on développe l’expression de à l’aide d’un logiciel de calcul formel, on obtient bien l’expression de degré 3 :



Définition : Les fonctions définies sur ℝ par sont des fonctions polynômes de degré 3.

Les coefficients , , et sont des réels avec .

En partant de l’expression développée précédente, on peut vérifier que 4, 1 et –3 sont des racines du polynôme .

4, 1 et –3, solutions de l’équation , sont donc des racines de *f*.

Propriété : Soit la fonction définie sur ℝ par .

L’équation possède trois solutions (éventuellement égales) :, et

appelées les **racines** de la fonction polynôme *f*.

Méthode : Étudier le signe d’un polynôme de degré 3

 **Vidéo** [**https://youtu.be/g0PfyqHSkBg**](https://youtu.be/g0PfyqHSkBg)

Étudier le signe de la fonction polynôme définie sur ℝ par :

**Correction**

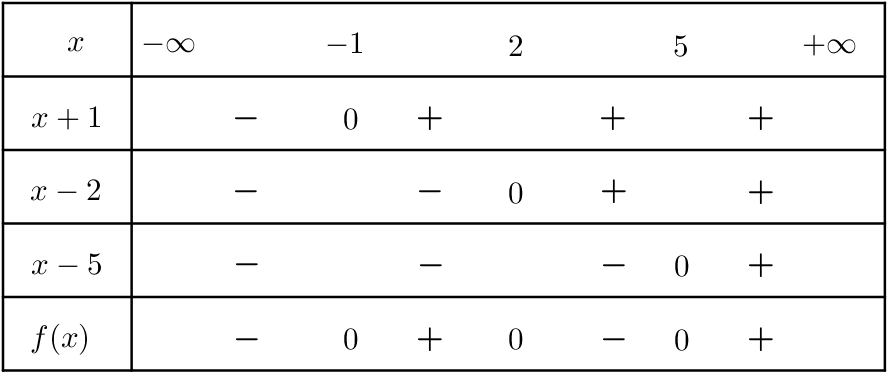
2 étant un nombre positif, le signe de dépend du signe de chaque facteur : , et .

On étudie ainsi le signe de chaque facteur et on présente les résultats dans un tableau de signes.

ou ou

–1, 2 et 5 sont donc les racines du polynôme *.*

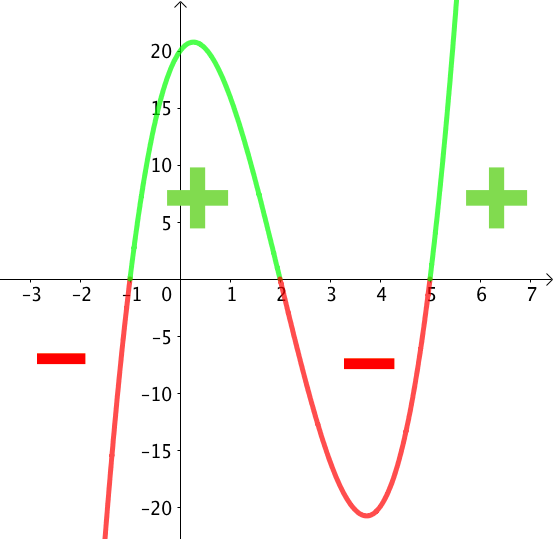
En appliquant la règle des signes dans le tableau suivant, on pourra en déduire le signe du produit .



On en déduit que pour et

pour .

La représentation de la fonction à l’aide d’un logiciel permet de confirmer les résultats établis précédemment.



**Partie 4 : Équation de la forme x3 = c**

Propriété :

L’équation , avec *c* positif, possède une unique solution .

Cette solution peut également se noter .

Méthode : Résoudre une équation du type *x*3 = *c*

 **Vidéo** [**https://youtu.be/4tQJRkpIH3k**](https://youtu.be/4tQJRkpIH3k)

Résoudre dans ℝ les équations : a) , b)

**Correction**

a) On cherche le nombre qui, élevé au cube, donne 27.

Ce nombre est égal à la racine cubique de 27, soit : .

b)

L’équation admet donc une unique solution .



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)