

# CALCUL LITTÉRAL



**François Viète** (1540,1603 ; conseiller d'*Henri IV*) est à l'origine du calcul avec des lettres. L'idée était ingénieuse de considérer dans les calculs l'inconnue comme si elle était connue. En 1580, *Viète* est nommé conseiller privé d'*Henri IV*. Il est chargé de décrypter les messages secrets interceptés que s'envoient les espagnols. Il y arrive systématiquement ce qui provoque l'exaspération de ses ennemis qui finissent par l'accuser de sorcellerie et le dénoncer au Pape. Pour se défendre de ses accusateurs, *Viète* exposera en 1590 sa méthode dans un traité.

## Partie 1 : Expression littérale

### 1) Écrire une expression littérale

**Définition :** Une **expression littérale** est un calcul contenant une ou plusieurs lettres qui désignent des nombres inconnus.

#### Exemple :

Alice va à la boulangerie. Elle achète un pain au chocolat à 1,10 € et plusieurs baguettes à 0,90 € chacune.

Alice va payer :  $1,10 + 0,90 \times \text{nombre de baguettes}$

Soit :  $1,10 + 0,90 \times x$

On remplace « nombre de baguettes » par  $x$ .

$x$  désigne un nombre inconnu de baguettes.

$1,10 + 0,90 \times x$  est appelée une expression littérale.

#### Méthode : Écrire une expression en fonction d'un nombre inconnu

 Vidéo [https://youtu.be/bpYh7tvfl\\_Y](https://youtu.be/bpYh7tvfl_Y)

On considère le programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Ajouter 5
- Multiplier par 3
- Soustraire le nombre de départ.

a) Vérifier qu'en choisissant 1 au départ, on obtient 17 à la fin.

b) Qu'obtient-on en choisissant 3 au départ ?

c) Écrire une expression littérale correspondant à ce programme de calcul.

#### **Correction**

a) - Choisir un nombre → 1

- Ajouter 5 →  $1 + 5 = 6$

- Multiplier par 3 →  $3 \times 6 = 18$

- Soustraire le nombre de départ  $\rightarrow 18 - 1 = 17$

On obtient bien 17 à la fin.

b) - Choisir un nombre  $\rightarrow 3$

- Ajouter 5  $\rightarrow 3 + 5 = 8$

- Multiplier par 3  $\rightarrow 3 \times 8 = 24$

- Soustraire le nombre de départ  $\rightarrow 24 - 3 = 21$

On obtient 21 à la fin.

c) - Choisir un nombre  $\rightarrow x$

- Ajouter 5  $\rightarrow x + 5$

- Multiplier par 3  $\rightarrow 3 \times (x + 5)$

- Soustraire le nombre de départ.  $\rightarrow 3 \times (x + 5) - x$

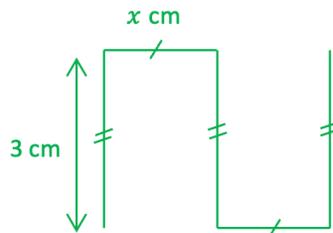
Le programme de calcul correspond à l'expression littérale :  $3 \times (x + 5) - x$

## 2) Utiliser une expression littérale

### Méthode : Utiliser une expression littérale

 Vidéo <https://youtu.be/FOSVfFdDi7w>

On a tracé une frise qui comprend une longueur inconnue. On choisit de la noter  $x$ .



1) Exprimer la longueur de la frise en fonction de  $x$ .

2) Calculer la longueur de la frise lorsque  $x = 4$  cm.

### **Correction**

1) On souhaite exprimer la longueur de la frise. Comme la valeur de  $x$  n'est pas connue, on devra exprimer la longueur de la frise en fonction de  $x$ .

La longueur de la frise est :  $3 \times 3 + 2 \times x = 9 + 2 \times x$

2) On peut donc remplacer  $x$  par 4 dans la formule :

La longueur de la frise est :  $9 + 2 \times x = 9 + 2 \times 4 = 17$  cm

## Partie 2 : Simplifications d'écriture

### 1) Suppression du symbole « × »

Pour marquer la priorité de la multiplication, le symbole « × » peut être supprimé dans certaines situations.

#### Propriétés :

$$3 \times a \text{ s'écrit } 3a$$

$$4 \times (a - 2) \text{ s'écrit } 4(a - 2)$$

$$a \times b \text{ s'écrit } ab$$

$$15 + 4 \times a \text{ s'écrit } 15 + 4a$$

Notation introduite par l'allemand Michael Stifel en 1544

#### Remarques :

- Les simplifications d'écriture ne sont valables que pour des expressions littérales.  
 $2 \times 3$  ne s'écrit évidemment pas 23 !
- Dans un produit, le nombre s'écrit devant la lettre. On écrit  $2a$ , mais on n'écrit pas  $a2$ .

#### Méthode : Simplifier l'écriture d'une expression littérale (1)

 Vidéo <https://youtu.be/eBPOd0bTBro>

Simplifier les expressions suivantes :

$$4 \times a$$

$$b \times c$$

$$6 \times (3 - a)$$

$$10 + 5 \times a$$

$$x \times 7$$

$$2 \times a \times 5$$

$$4 \times 5 - 2 \times x$$

#### Correction

$$4 \times a = 4a$$

$$b \times c = bc$$

$$6 \times (3 - a) = 6(3 - a)$$

$$10 + 5 \times a = 10 + 5a$$

$$x \times 7 = 7x$$

$$2 \times a \times 5 = 10a$$

$$4 \times 5 - 2 \times x = 20 - 2x$$

#### Propriétés :

$$a \times a \text{ s'écrit } a^2$$

$$a \times a \times a \text{ s'écrit } a^3$$

Notation introduite par René Descartes XVIIe

#### Méthode : Simplifier l'écriture d'une expression littérale (2)

 Vidéo <https://youtu.be/x35fh5SVRMQ>

Simplifier les expressions suivantes :

$$5 \times 5$$

$$7 \times 7 \times 7$$

$$a \times a$$

$$b \times b \times b$$

$$3 \times a \times a$$

$$a \times b \times a$$

$$a \times a + a \times b$$

$$4 \times 4 - b \times b$$

**Correction**

$5 \times 5 = 5^2$

$7 \times 7 \times 7 = 7^3$

$a \times a = a^2$

$b \times b \times b = b^3$

$3 \times a \times a = 3a^2$

$a \times b \times a = a^2b$

$a \times a + a \times b = a^2 + ab$

$4 \times 4 - b \times b = 4^2 - b^2$

2) Réduire une expression**Formule de distributivité :**

$xa + xb = x(a + b) \text{ et } ax + bx = (a + b)x$

Exemples :

$$\begin{aligned} \bullet \quad 4 \times 10 + 4 \times 5 &= 4 \times (10 + 5) \\ &= 4 \times 15 \\ &= 60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad 6 \times 2 - 4 \times 2 &= (6 - 4) \times 2 \\ &= 2 \times 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

**Curiosité :**

Si on traduit la formule de distributivité dans la langue française, cela pourrait donner ceci :

J'épluche **une banane** **et** je mange **une banane**

=

J'épluche **et** mange **une banane**

Méthode : Réduire une expression

 Vidéo <https://youtu.be/qEUB4IU-HiY>

Réduire les expressions suivantes :

$A = 4x + 3x$

$B = 2,4x - 1,3x$

$C = 2a + 4 - 3a + 6 - 2a + 8a - 8$

**Correction**

$A = 4x + 3x = (4 + 3)x = 7x \quad \leftarrow \text{On applique la formule de distributivité}$

$B = 2,4x - 1,3x = (2,4 - 1,3)x = 1,1x$

$$\begin{aligned} C &= 8a + 4 - 3a + 6 - 8 \\ &= 5a + 2 \end{aligned}$$

**Partie 3 : Tester une égalité**Méthode : Tester une égalité

 Vidéo [https://youtu.be/xZCXVgGT\\_Bk](https://youtu.be/xZCXVgGT_Bk)

 Vidéo <https://youtu.be/pAJ6CBoCMGE>

1) L'égalité  $3x - 4 = 5 + 2x$  est-elle vraie dans les cas suivants ?

a)  $x = 0$       b)  $x = 9$

2) A l'été, M. Bèhè, le berger, possédait 3 fois plus de moutons qu'au printemps. Lorsque arrive l'automne, il hérite de 13 nouveaux moutons. Il sera alors en possession d'un troupeau de 193 moutons.

On note  $x$  le nombre de moutons que M. Bèhè possédait au printemps.

a) Exprimer en fonction de  $x$  le nombre de moutons du troupeau à l'automne.

b) Écrire une égalité exprimant de deux façons différentes le nombre de moutons à l'automne.

c) Tester l'égalité pour différentes valeurs de  $x$  dans le but de trouver le nombre de moutons que M. Bèhè possédait au printemps.

### Correction

1) a) Pour  $x = 0$  :

Expression de gauche :  $3x - 4 = 3 \times 0 - 4 = -4$

Expression de droite :  $5 + 2x = 5 + 2 \times 0 = 5$

Les deux expressions n'ont pas la même valeur, donc l'égalité est fausse pour  $x = 0$ .

b) Pour  $x = 9$  :

Expression de gauche :  $3x - 4 = 3 \times 9 - 4 = 23$

Expression de droite :  $5 + 2x = 5 + 2 \times 9 = 23$

Les deux expressions ont la même valeur, donc l'égalité est vraie pour  $x = 9$ .

2) a)  $3x + 13$

b)  $3x + 13 = 193$

c) Après de nombreux essais, on trouve  $x = 60$ . En effet :

Expression de gauche :  $3x + 13 = 3 \times 60 + 13 = 193$

Expression de droite : 193

Les deux expressions ont la même valeur, donc l'égalité est vraie pour  $x = 60$ .

Au printemps, M. Bèhè possédait 60 moutons.

TP info : « Tester une égalité »

[http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Tester\\_eq.pdf](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Tester_eq.pdf)

[http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Tester\\_eq.ods](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Tester_eq.ods) (Feuille de calcul OOo)



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)