

QUELQUES RÈGLES DE CALCUL MENTAL

Ce chapitre peut être traité à part mais les compétences qui entrent en jeu doivent être travaillées tout au long de l'année.



Calculs : Vient du latin « *Calculus* » : caillou

La légende raconte que le berger déposait dans un panier autant de cailloux que de moutons quittaient la bergerie. En rentrant des prés, le berger sortait les cailloux du panier afin de vérifier le compte de moutons.

+ - introduits par l'allemand **Johannes Widmann** en 1489 pour les besoins du commerce.

Le symbole « + » serait un symbole « - » barré.

Le mot *Somme* vient du latin « *summa* » = point le plus élevé. Les romains écrivaient le résultat sur la ligne du haut.

x vient de l'anglais William Oughtred en 1631.

≡ Symbole introduit par l'anglais **Robert Recorde** (ci-contre) en 1557 qui le voyait comme deux lignes jumelles. « *Rien est pareil que de jumeaux* » (*Recorde*)

Comble pour l'inventeur du symbole « = », il fut condamné pour dettes et meurt en prison !

I. Calculs en ligne

Méthode : Effectuer des additions et soustractions avec les nombres décimaux

 Vidéo <https://youtu.be/-KRBP9Ry0LA>

Calculer mentalement : 1) $42,5 + 29,36$ 2) $79,36 - 21,2$

$$1) 42,5 + 29,36 = 42,5\underline{0} + 29,36 = 71,86$$

Attention : $42,5 + 29,36 \neq 71,41$ car 36 et 5 n'ont pas le même rang.

$$2) 79,36 - 21,2 = 79,36 - 21,2\underline{0} = 58,16$$

II. Quelques astuces de calcul mental

1) Pour l'addition et la soustraction

Méthode :

1) Additionner ou soustraire par 299, 199, 1001, 0,99, ...

▶ Vidéo https://youtu.be/SqWOGe_UNhU

$$\text{ex : } 2658 + 299 = 2957$$

$$\begin{array}{l} \text{+300} \quad \text{2958} \quad \text{-1} \\ \swarrow \quad \quad \quad \nearrow \end{array}$$

$$33,7 - 0,99 = 32,71$$

$$\begin{array}{l} \text{-1} \quad \text{32,7} \quad \text{+0,01} \\ \swarrow \quad \quad \quad \nearrow \end{array}$$

2) Grouper astucieusement les termes

▶ Vidéo <https://youtu.be/jqrdOtWXxkU>

*Pour le calcul d'une somme, l'ordre des termes n'a pas d'importance.
Ce n'est pas vrai pour une différence.*

$$\text{ex : } 21,26 + 3,12 + 78,74 + 6,88$$

$$\begin{aligned} & 21,26 + 3,12 + 78,74 + 6,88 \\ = & 21,26 + 78,74 + 3,12 + 6,88 \\ = & 100 + 10 \\ = & 110 \end{aligned}$$

2) Pour la multiplication

Méthode :

1) Multiplier par 4 (c'est $\times 2$ puis $\times 2$)

▶ Vidéo <https://youtu.be/sqCPBw9vvsM>

$$\text{ex : } 41 \times 4 = 164$$

$$\begin{array}{l} \text{x2} \quad \quad \quad \text{x2} \\ \swarrow \quad \quad \quad \nearrow \\ \quad \quad 82 \quad \quad \end{array}$$

2) Multiplier par 0,5 (c'est $:2$)

▶ Vidéo <https://youtu.be/SqKpjbooXLE>

$$\text{ex : } 32 \times 0,5 = 16$$

$$\begin{array}{l} \text{:2} \\ \swarrow \quad \quad \quad \nearrow \end{array}$$

3) Multiplier par 5 (c'est $\times 10$ puis $:2$)

▶ Vidéo <https://youtu.be/eIMm61q3mSI>

$$\text{ex : } 66 \times 5 = 330$$

\swarrow $\times 10$ \nearrow $:2$
 660

4) Multiplier par 10, 100, 1000, ...

▶ Vidéo <https://youtu.be/pPnCPmWGqyo>

Lorsqu'on **multiplie** un nombre par **1000**, il « **grandit** » de **3** rangs.

$$\begin{array}{ll} \text{ex : } 32 \times 1000 = 32\,000 & 12 \times 500 = 12 \times 5 \times 100 = 6000 \\ 6,3 \times 100 = 630 & 21,21 \times 10 = 212,1 \end{array}$$

5) Multiplier par 0,1, 0,01, ...

▶ Vidéo <https://youtu.be/yKXry2gyoa8>

Lorsqu'on **multiplie** un nombre par **0,001**, il « **réduit** » de **3** rangs.

$$\begin{array}{ll} \text{ex : } 312 \times 0,001 = 0,312 & 63 \times 0,01 = 0,63 \\ 1,2 \times 0,001 = 0,0012 & 21,23 \times 0,1 = 2,123 \end{array}$$

À noter : En 6^e, seule la multiplication par 0,1 est exigible.
Les multiplications par 0,01, 0,001, ... peuvent être données en exercice.

6) Grouper astucieusement les facteurs

Pour le calcul d'un produit, l'ordre des facteurs n'a pas d'importance.
Ce n'est pas vrai pour un quotient.

$$\begin{aligned} \text{ex : } & 2,5 \times 6,68 \times 4 \\ & = 2,5 \times 4 \times 6,68 \\ & = 10 \times 6,68 \\ & = 66,8 \end{aligned}$$

III. La distributivité

1) Formule de distributivité

« Calculer mentalement 8×101 ! On trouve 808 !
Quelle méthode permet d'obtenir ce résultat rapidement ? »

On effectue : $8 \times (100 + 1)$ et...

$$8 \times (100 + 1) = 8 \times 100 + 8 \times 1$$

Je distribue **une multiplication par 8**,
c'est la distributivité.

Ainsi : $8 \times 101 = 800 + 8 = 808$

2) Quelques exemples

Méthode : Appliquer la distributivité au calcul mental (1)

📺 Vidéo <https://youtu.be/ByzozWOSOAY>

Calculer astucieusement : a) 32×101 b) 30×9
c) 13×102 d) 20×99

Astuce :

$$101 = 100 + 1$$

$$99 = 100 - 1$$

$$1010 = 1000 + 10$$

$$12 = 10 + 2$$

$$105 = 100 + 5$$

On connaît des règles de calcul mental pour multiplier par 10
par 100, par 1000, par 2, par 5, etc ...

On décompose donc un des facteurs en somme ou différence
formée de termes du type 10, 100, 1000, 1, 2, 5, ...

$$\begin{aligned} \text{a) } 32 \times 101 &= 32 \times (100 + 1) \\ &= 32 \times 100 + 32 \times 1 \leftarrow \text{On distribue} \\ &= 3200 + 32 = 3232 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 30 \times 9 &= 30 \times (10 - 1) \\ &= 30 \times 10 - 30 \times 1 \leftarrow \text{On distribue} \\ &= 300 - 30 = 270 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 13 \times 102 &= 13 \times (100 + 2) \\ &= 13 \times 100 + 13 \times 2 \\ &= 1300 + 26 = 1326 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 20 \times 99 &= 20 \times (100 - 1) \\ &= 20 \times 100 - 20 \times 1 \\ &= 2000 - 20 = 1980 \end{aligned}$$

Méthode : Appliquer la distributivité au calcul mental (2)

Calculer astucieusement : a) $97 \times 24 + 3 \times 24$ b) $15 \times 6 + 15 \times 4$

a) Astuce :

On additionne 97 fois le nombre 24 + on additionne 3 fois le nombre 24. Ce qui revient bien à additionner 100 fois ($97 + 3 = 100$) le nombre 24.

$$\begin{aligned} \text{Donc : } 97 \times 24 + 3 \times 24 &= 100 \times 24 \\ &= 2400 \end{aligned}$$

b) On applique la formule de distributivité de la droite vers la gauche.

$$\begin{aligned} 15 \times 6 + 15 \times 4 &= 15 \times (6 + 4) \\ &= 15 \times 10 \\ &= 150 \end{aligned}$$

IV. Ordre de grandeur

Méthode : Calculer un ordre de grandeur dans un calcul

▣ Vidéo <https://youtu.be/eWG8Fa3q-ZU>

Dans chaque cas, donner un ordre de grandeur du résultat :

a) $42,5 + 29,36$ b) $69,32 \times 103,5$ c) $79,36 - 21,2$

On remplace les termes ou les facteurs à calculer par des nombres proches et « plus simples ».

*Le résultat obtenu est une valeur proche du résultat. On l'appelle un **ordre de grandeur**.*

a) $42,5 + 29,36 \approx 40 + 30 = 70$

b) $69,32 \times 103,5 \approx 70 \times 100 = 7000$

c) $79,36 - 21,2 \approx 80 - 20 = 60$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales