

CALCULS NUMERIQUES

▶ Tout le cours sur les fractions en vidéo : <https://youtu.be/a0Qb812W75c>

▶ Tout le cours sur les puissances en vidéo : <https://youtu.be/lxCzv5FPJ3s>

Partie 1 : Nombres relatifs et priorités (Rappels)

1) Règles de calculs avec les nombres relatifs

Additions et soustractions

$$-3 - 4 = -7$$

-3 et -4 ont le même signe :

- Garder le signe « - ».
- Faire 3 + 4.

$$+3 - 4 = -1$$

+3 et -4 ont des signes contraires :

- Prendre le signe du plus grand « - ».
- Faire 4 - 3.

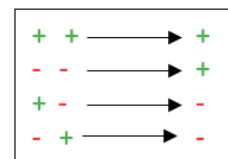
Multiplications et divisions (La règle des signes)

$$2 \times 3 = 6$$

$$(-2) \times (-3) = 6$$

$$2 \times (-3) = -6$$

$$-2 \times 3 = -6$$



Méthode : Effectuer des calculs sur les nombres relatifs (1)

▶ Vidéo https://youtu.be/3rXse_lbAKk

Calculer les expressions suivantes :

$$A = -8 - 10 \quad B = 12 - 20 \quad C = 4 \times (-5) \quad D = \frac{-12}{-3}$$

Correction

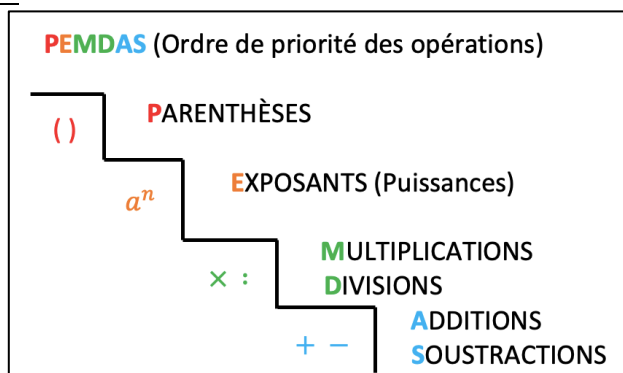
$$A = -8 - 10 = -18 \quad \leftarrow \text{Mêmes signes : garder le « - » et additionner}$$

$$B = +12 - 20 = -8 \quad \leftarrow \text{Signes contraires : prendre le signe du plus grand donc le « - » de 20 et soustraire}$$

$$C = 4 \times (-5) = -20 \quad \leftarrow \text{Règle des signes : } + - \rightarrow -$$

$$D = \frac{-12}{-3} = 4 \quad \leftarrow \text{Règle des signes : } - - \rightarrow +$$

2) Priorités de calculs



La 1^{re} lettre de chaque opération forme le mot **PEMDAS**.

Il suffit donc de mémoriser le mot PEMDAS pour se souvenir à tout moment des priorités dans les calculs.

Méthode : Effectuer des calculs sur les nombres relatifs (2)

 Vidéo https://youtu.be/p_-4EYjsOiA

Calculer les expressions suivantes.

$$A = 7 - 4 \times (-8) \quad B = -10 + 3^2$$

$$C = 5 + (-12 + 8) \quad D = 15 \div 3 \times 4$$

Correction

$$A = 7 - 4 \times (-8) \quad \leftarrow \text{La multiplication est prioritaire sur la soustraction.}$$

$$= 7 + 32$$

$$= 39$$

$$B = -10 + 3^2 \quad \leftarrow \text{L'expression avec exposant est prioritaire sur l'addition.}$$

$$= -10 + 9$$

$$= -1$$

$$C = 5 + (-12 + 8) \quad \leftarrow \text{Les parenthèses sont prioritaires sur l'addition.}$$

$$= 5 + (-4) \quad \leftarrow \text{Deux signes se suivent, on utilise la règle des signes : + - \to -}$$

$$= 5 - 4$$

$$= 1$$

$$D = 15 \div 3 \times 4 \quad \leftarrow \text{La division et la multiplication sont au même niveau de priorité :}$$

$$= 5 \times 4 \quad \text{On effectue les calculs de gauche à droite.}$$

$$= 20$$

Partie 2 : Les fractions (Rappels)

1) Additions et soustractions

Propriétés :

$$\frac{a}{D} + \frac{b}{D} = \frac{a+b}{D} \qquad \frac{a}{D} - \frac{b}{D} = \frac{a-b}{D}$$

Remarque :

Si les dénominateurs sont différents, il faut modifier au moins une fraction pour avoir le même dénominateur.

Méthode : Effectuer des additions et soustractions de fractions

 Vidéo <https://youtu.be/nsc675xcjPc>

Calculer et donner le résultat sous forme simplifiée : $A = \frac{5}{4} + \frac{6}{16}$ $B = \frac{5}{3} - \frac{6}{5}$

Correction

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{5}{4} + \frac{6}{16} \\
 &= \frac{5 \times 4}{4 \times 4} + \frac{6}{16} \\
 &= \frac{20}{16} + \frac{6}{16} \\
 &= \frac{20 + 6}{16} \\
 &= \frac{26}{16} \\
 &= \frac{13}{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{5}{3} - \frac{6}{5} \\
 &= \frac{5 \times 5}{3 \times 5} - \frac{6 \times 3}{5 \times 3} \\
 &= \frac{25}{15} - \frac{18}{15} \\
 &= \frac{25 - 18}{15} \\
 &= \frac{7}{15}
 \end{aligned}$$

2) Multiplications et divisions**Propriétés :**

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Méthode : Effectuer des multiplications et divisions de fractions

 Vidéo https://youtu.be/7_hZWOoMBSA

Calculer et donner le résultat sous forme simplifiée :

$$A = \frac{2}{-3} \times \frac{-5}{11} \quad B = 7 \times \frac{2}{3} \quad C = \frac{3}{4} : \frac{-5}{8}$$

Correction

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2}{-3} \times \frac{-5}{11} \\
 &= \frac{2 \times (-5)}{(-3) \times 11} \\
 &= \frac{-10}{-33} \\
 &= \frac{10}{33}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= 7 \times \frac{2}{3} \\
 &= \frac{7}{1} \times \frac{2}{3} \\
 &= \frac{7 \times 2}{1 \times 3} \\
 &= \frac{14}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{3}{4} : \frac{-5}{8} \\
 &= \frac{3}{4} \times \frac{8}{-5} \\
 &= \frac{3 \times 8}{4 \times (-5)} \\
 &= \frac{24}{-20} \\
 &= -\frac{6}{5}
 \end{aligned}$$

3) Calculs mêlés

Méthode : Effectuer des calculs mêlés de fractions

▶ Vidéo <https://youtu.be/Z86gfJOKgBg>

▶ Vidéo <https://youtu.be/1yV5scwCwvg>

Calculer et donner le résultat sous forme simplifiée :

$$A = \frac{8}{7} - \frac{-4}{7} \times \frac{5}{3}$$

$$B = \frac{-3}{2 + \frac{5}{2}}$$

$$C = \left(\frac{-2}{3} + \frac{4}{9} \right) : \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{-14} \right)$$

Correction

$$A = \frac{8}{7} - \frac{-4}{7} \times \frac{5}{3}$$

$$B = \frac{-3}{2 + \frac{5}{2}}$$

$$C = \left(\frac{-2}{3} + \frac{4}{9} \right) : \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{-14} \right)$$

$$= \frac{8}{7} - \frac{-20}{21}$$

$$= -3 : \left(2 + \frac{5}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{-6}{9} + \frac{4}{9} \right) : \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{14} \right)$$

$$= \frac{8}{7} + \frac{20}{21}$$

$$= -3 : \left(\frac{4}{2} + \frac{5}{2} \right)$$

$$= -\frac{2}{9} : \left(\frac{35}{14} - \frac{3}{14} \right)$$

$$= \frac{24}{21} + \frac{20}{21}$$

$$= -3 : \frac{9}{2}$$

$$= -\frac{2}{9} : \frac{32}{14}$$

$$= \frac{44}{21}$$

$$= -3 \times \frac{2}{9}$$

$$= -\frac{2}{9} \times \frac{14}{32}$$

$$= \frac{44}{21}$$

$$= -\frac{6}{9}$$

$$= -\frac{2}{9} \times \frac{7}{16}$$

$$= \frac{44}{21}$$

$$= -\frac{2}{3}$$

$$= -\frac{14}{144}$$

$$= \frac{44}{21}$$

$$= -\frac{2}{3}$$

$$= -\frac{7}{72}$$

Partie 3 : Les puissances

1) Rappel :

$$a^4 = a \times a \times a \times a$$

De façon générale :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$$

DIVERTISSEMENT :

$$1^3 + 5^3 + 3^3 = 153$$

$$16^3 + 50^3 + 33^3 = 165033$$

$$166^3 + 500^3 + 333^3 = 166500333$$

$$1666^3 + 5000^3 + 3333^3 = 166650003333$$

and so on and on and on and on!

Exemples :

▶ Vidéo <https://youtu.be/lKmReDkNGp8>

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 = 11^5$$

a est un nombre non nul et n un entier non nul :

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

$$0^n = 0$$

$$1^n = 1$$

Exemples :

$$15^1 = 15$$

$$153^0 = 1$$

$$0^4 = 0$$

$$1^{12} = 1$$

Méthode : Effectuer des calculs de puissances avec des nombres relatifs

 Vidéo <https://youtu.be/4CEYTrvUP0I>

Calculer : $A = 2^4$ $B = (-3)^3$ $C = (-5)^2$ $D = -5^2$

Correction

$$A = 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$B = (-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = 9 \times (-3) = -27$$

$$C = (-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$$

$$D = -5^2 = -5 \times 5 = -25$$

Sans parenthèses, c'est 5 qui est au carré et non pas -5.

2) Puissances d'exposant négatif

On dit que : $a^{-1} = \frac{1}{a}$ est l'inverse de a .

De façon générale : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Remarque : On dit que a^{-n} est l'inverse de a^n .

Méthode : Utiliser les puissances d'exposant négatif

 Vidéo <https://youtu.be/5miQxq30zhY>

 Vidéo <https://youtu.be/iwHYbuZ4N8>

1) Écrire sous forme de fractions les puissances suivantes : $A = 2^{-4}$ $B = 9^{-2}$

2) Écrire les quotients sous la forme a^{-n} :

$$C = \frac{1}{5} \quad D = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \quad E = \frac{1}{(-6) \times (-6) \times (-6)} \quad F = \frac{1}{(-6)^8 \times (-1)^8}$$

Correction

$$1) A = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{16} \qquad B = 9^{-2} = \frac{1}{9^2} = \frac{1}{9 \times 9} = \frac{1}{81}$$

$$2) C = \frac{1}{5} = 5^{-1}$$

$$D = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^5} = 3^{-5}$$

$$E = \frac{1}{(-6) \times (-6) \times (-6)} = \frac{1}{(-6)^3} = (-6)^{-3}$$

$$F = \frac{1}{(-6)^8 \times (-1)^8} = \frac{1}{6^8 \times 1^8} = \frac{1}{6^8} = 6^{-8}$$

3) Rappel : la notation scientifique**Définition :**

La notation scientifique :

$$7,328 \times 10^5$$



Nombre entre 1 et 10 (10 exclu) x une puissance de 10

Exemples :

$3,45 \times 10^4$ est une notation scientifique car 3,45 est bien compris entre 1 et 10 (10 exclu).

$11,3 \times 10^6$ n'est pas une notation scientifique car 11,3 est plus grand que 10.

$0,42 \times 10^{-6}$ n'est pas une notation scientifique car 0,42 est plus petit que 1.

Attention à ne pas se tromper avec le signe des exposants :

$$34\,000 = 3,4 \times 10^4 \quad \text{car } 3,4 \times 10\,000 = 34\,000$$

$$0,000\,34 = 3,4 \times 10^{-4} \quad \text{car } 3,4 \times 0,000\,1 = 0,000\,34$$

Méthode : Effectuer des calculs de puissances et présenter le résultat en notation scientifique

Vidéo <https://youtu.be/tzhNCpLRtCY>

Écrire les nombres suivants sous forme scientifique :

$$A = 8\,300\,000 \qquad B = 0,002\,31 \qquad C = 204,5 \times 10^5$$

$$D = 7,5 \times 10^5 \times 4 \times 8,2 \times (10^{-1})^2 \qquad E = 8 \times 10^2 + 85 \times 10^{-2} \qquad F = \frac{3 \times 10^3 \times 7 \times 10^2}{50 \times 10}$$

Correction

$$A = 8,3 \times 10^6 \quad B = 2,31 \times 10^{-3} \quad C = 2,045 \times 10^{5+2} = 2,045 \times 10^7$$

$$\begin{aligned} D &= 7,5 \times 10^5 \times 4 \times 8,2 \times (10^{-1})^2 \\ &= 7,5 \times 4 \times 8,2 \times 10^5 \times (10^{-1})^2 \\ &= 246 \times 10^5 \times (0,1)^2 \\ &= 246 \times 10^5 \times 0,1 \times 0,1 \\ &= 246 \times 100\,000 \times 0,01 \\ &= 246 \times 1\,000 \\ &= 246\,000 \text{ (Notation décimale)} \\ &= 2,46 \times 10^5 \text{ (Notation scientifique)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 8 \times 10^2 + 85 \times 10^{-2} \\ &= 800 + 0,85 \\ &= 800,85 \text{ (Notation décimale)} \\ &= 8,008\,5 \times 10^2 \text{ (Notation scientifique)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{3 \times 10^3 \times 7 \times 10^2}{50 \times 10} \\ &= \frac{3 \times 7}{50} \times \frac{10^3 \times 10^2}{10} \\ &= 0,42 \times \frac{1\,000 \times 100}{10} \\ &= 0,42 \times 10\,000 \\ &= 4\,200 \text{ (Notation décimale)} \\ &= 4,2 \times 10^3 \text{ (Notation scientifique)} \end{aligned}$$

Activité de groupe : La légende de Sessa
<http://www.maths-et-tiques.fr/telech/SESSA.pdf>



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales