CALCULS NUMERIQUES

Tout le cours sur les fractions en vidéo : https://youtu.be/a0Qb812W75c
Tout le cours sur les puissances en vidéo : https://youtu.be/IxCzv5FPJ3s

Partie 1 : Nombres relatifs et priorités (Rappels)

1) Règles de calculs avec les nombres relatifs

Additions et soustractions

$-3-4=-7$

-3 et -4 ont le même signe :
- Garder le signe « – ».
- Faire 3 + 4.

$+3-4=-1$

$+3$ et -4 ont des signes contraires :
- Prendre le signe du plus grand « – ».
- Faire 4 – 3.

Multiplications et divisions
(La règle des signes)

$2\times3=6$
$(-2)\times(-3)=6$
$2\times(-3)=-6$
$-2\times3=-6$

+ + → +
- - → +
+ - → -
- + → -

Méthode : Effectuer des calculs sur les nombres relatifs (1)

Vidéo https://youtu.be/3rXse_lbAKk

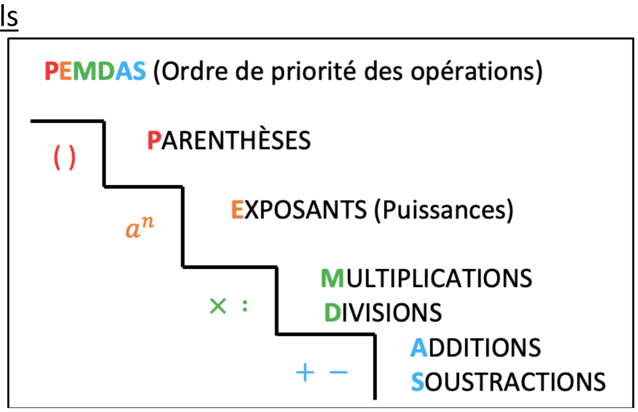
Calculer les expressions suivantes :

$\mathrm{A}=-8-10 \qquad \mathrm{B}=12-20 \qquad \mathrm{C}=4\times(-5) \qquad \mathrm{D}=\dfrac{-12}{-3}$

Correction

$A=-8-10=-18$ ← Mêmes signes : garder le « – » et additionner
$B=+12-20=-8$ ← Signes contraires : prendre le signe du plus grand donc le « – » du 20 et soustraire
$C=4\times(-5)=-20$ ← Règle des signes : $+\ -\ \rightarrow\ -$
$D=\dfrac{-12}{-3}=4$ ← Règle des signes : $-\ -\ \rightarrow\ +$

2) Priorités de calculs



La 1re lettre de chaque opération forme le mot **PEMDAS**.
Il suffit donc de mémoriser le mot PEMDAS pour se souvenir à tout moment des priorités dans les calculs.

Méthode : Effectuer des calculs sur les nombres relatifs (2)

Vidéo https://youtu.be/p_-4EYjsOiA

Calculer les expressions suivantes.
$A = 7 - 4 \times (-8)$ $\quad B = -10 + 3^2$
$C = 5 + (-12 + 8)$ $\quad D = 15 \div 3 \times 4$

Correction
$A = 7 - 4 \times (-8)$ ← La multiplication est prioritaire sur la soustraction.
$\quad = 7 + 32$
$\quad = 39$

$B = -10 + 3^2$ ← L'expression avec exposant est prioritaire sur l'addition.
$\quad = -10 + 9$
$\quad = -1$

$C = 5 + (-12 + 8)$ ← Les parenthèses sont prioritaires sur l'addition.
$\quad = 5 + (-4)$ ← Deux signes se suivent, on utilise la règle des signes : $+ \; - \rightarrow -$
$\quad = 5 - 4$
$\quad = 1$

$D = 15 \div 3 \times 4$ ← La division et la multiplication sont au même niveau de priorité :
On effectue les calculs de gauche à droite.
$\quad = 5 \times 4$
$\quad = 20$

Partie 2 : Les fractions (Rappels)

1) Additions et soustractions

Propriétés :

$$\frac{a}{D} + \frac{b}{D} = \frac{a+b}{D} \qquad \frac{a}{D} - \frac{b}{D} = \frac{a-b}{D}$$

Remarque :
Si les dénominateurs sont différents, il faut modifier au moins une fraction pour avoir le même dénominateur.

Méthode : Effectuer des additions et soustractions de fractions

Vidéo https://youtu.be/nsc675xcjPc

Calculer et donner le résultat sous forme simplifiée : $A = \frac{5}{4} + \frac{6}{16}$ $\qquad B = \frac{5}{3} - \frac{6}{5}$

Correction

$$A = \frac{5}{4} + \frac{6}{16}$$
$$= \frac{5\times4}{4\times4} + \frac{6}{16}$$
$$= \frac{20}{16} + \frac{6}{16}$$
$$= \frac{20+6}{16}$$
$$= \frac{26}{16}$$
$$= \frac{13}{8}$$

$$B = \frac{5}{3} - \frac{6}{5}$$
$$= \frac{5\times5}{3\times5} - \frac{6\times3}{5\times3}$$
$$= \frac{25}{15} - \frac{18}{15}$$
$$= \frac{25-18}{15}$$
$$= \frac{7}{15}$$

2) Multiplications et divisions

Propriétés :

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d} = \frac{a\times c}{b\times d} \qquad \frac{a}{b}:\frac{c}{d} = \frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$$

Méthode : Effectuer des multiplications et divisions de fractions

Vidéo https://youtu.be/7_hZWOoMBSA

Calculer et donner le résultat sous forme simplifiée :

$$A = \frac{2}{-3}\times\frac{-5}{11} \qquad B = 7\times\frac{2}{3} \qquad C = \frac{3}{4}:\frac{-5}{8}$$

Correction

$$A = \frac{2}{-3}\times\frac{-5}{11}$$
$$= \frac{2\times(-5)}{(-3)\times11}$$
$$= \frac{-10}{-33}$$
$$= \frac{10}{33}$$

$$B = 7\times\frac{2}{3}$$
$$= \frac{7}{1}\times\frac{2}{3}$$
$$= \frac{7\times2}{1\times3}$$
$$= \frac{14}{3}$$

$$C = \frac{3}{4}:\frac{-5}{8}$$
$$= \frac{3}{4}\times\frac{8}{-5}$$
$$= \frac{3\times8}{4\times(-5)}$$
$$= \frac{24}{-20}$$
$$= -\frac{6}{5}$$

3) Calculs mêlés

Méthode : Effectuer des calculs mêlés de fractions

Vidéo https://youtu.be/Z86gfJOKgBg

Vidéo https://youtu.be/1yV5scwCwvg

Calculer et donner le résultat sous forme simplifiée :

$A=\frac{8}{7}-\frac{-4}{7}\times\frac{5}{3}$ $\qquad B=\frac{-3}{2+\frac{5}{2}}$ $\qquad C=\left(\frac{-2}{3}+\frac{4}{9}\right):\left(\frac{5}{2}+\frac{3}{-14}\right)$

Correction

$$\begin{aligned}
A&=\frac{8}{7}-\frac{-4}{7}\times\frac{5}{3}\\
&=\frac{8}{7}-\frac{-20}{21}\\
&=\frac{8}{7}+\frac{20}{21}\\
&=\frac{24}{21}+\frac{20}{21}\\
&=\frac{44}{21}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B&=\frac{-3}{2+\frac{5}{2}}\\
&=-3:\left(2+\frac{5}{2}\right)\\
&=-3:\left(\frac{4}{2}+\frac{5}{2}\right)\\
&=-3:\frac{9}{2}\\
&=-3\times\frac{2}{9}\\
&=-\frac{6}{9}\\
&=-\frac{2}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C&=\left(\frac{-2}{3}+\frac{4}{9}\right):\left(\frac{5}{2}+\frac{3}{-14}\right)\\
&=\left(\frac{-6}{9}+\frac{4}{9}\right):\left(\frac{5}{2}-\frac{3}{14}\right)\\
&=-\frac{2}{9}:\left(\frac{35}{14}-\frac{3}{14}\right)\\
&=-\frac{2}{9}:\frac{32}{14}\\
&=-\frac{2}{9}\times\frac{14}{32}\\
&=-\frac{2}{9}\times\frac{7}{16}\\
&=-\frac{14}{144}\\
&=-\frac{7}{72}
\end{aligned}$$

Partie 3 : Les puissances

1) Rappel :

$a^4=a\times a\times a\times a$

De façon générale :

$a^n=\underbrace{a\times a\times a\times a\times\ldots\times a}_{n\text{ fois}}$

DIVERTISSEMENT :

$1^3+5^3+3^3=153$

$16^3+50^3+33^3=165033$

$166^3+500^3+333^3=166500333$

$1666^3+5000^3+3333^3=166650003333$

and so on and on and on and on!

Exemples :

Vidéo https://youtu.be/IKmReDkNGp8

$2\times2\times2=2^3$

$11\times11\times11\times11\times11=11^5$

a est un nombre non nul et n un entier non nul :

$a^1 = a$

$a^0 = 1$

$0^n = 0$

$1^n = 1$

Exemples :
$15^1 = 15$
$153^0 = 1$
$0^4 = 0$
$1^{12} = 1$

Méthode : Effectuer des calculs de puissances avec des nombres relatifs

Vidéo https://youtu.be/4CEYTrvUP0I

Calculer : $A = 2^4$ $B = (-3)^3$ $C = (-5)^2$ $D = -5^2$

Correction

$A = 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$
$B = (-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = 9 \times (-3) = -27$
$C = (-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$
$D = -5^2 = -5 \times 5 = -25$ Sans parenthèses, c'est 5 qui est au carré et non pas –5.

2) Puissances d'exposant négatif

On dit que : $a^{-1} = \frac{1}{a}$ est l'inverse de a.

De façon générale : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Remarque : On dit que a^{-n} est l'inverse de $\frac{1}{a^n}$.

Méthode : Utiliser les puissances d'exposant négatif

Vidéo https://youtu.be/5miQxq30zhY
Vidéo https://youtu.be/_iwHYbuZ4N8

1) Écrire sous forme de fractions les puissances suivantes : $A = 2^{-4}$ $B = 9^{-2}$

2) Écrire les quotients sous la forme a^{-n} :
$C = \frac{1}{5}$ $D = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$ $E = \frac{1}{(-6) \times (-6) \times (-6)}$ $F = \frac{1}{(-6)^8 \times (-1)^8}$

Correction

1) $A = 2^{-4} = \dfrac{1}{2^4} = \dfrac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \dfrac{1}{16}$ $\qquad$ $B = 9^{-2} = \dfrac{1}{9^2} = \dfrac{1}{9 \times 9} = \dfrac{1}{81}$

2) $C = \dfrac{1}{5} = 5^{-1}$

$D = \dfrac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \dfrac{1}{3^5} = 3^{-5}$

$E = \dfrac{1}{(-6) \times (-6) \times (-6)} = \dfrac{1}{(-6)^3} = (-6)^{-3}$

$F = \dfrac{1}{(-6)^8 \times (-1)^8} = \dfrac{1}{6^8 \times 1^8} = \dfrac{1}{6^8} = 6^{-8}$

3) Rappel : la notation scientifique

Définition :
La notation scientifique :

$$7{,}328 \times 10^5$$

Nombre entre 1 et 10 (10 exclu) x une puissance de 10

Exemples :
$3{,}45 \times 10^4$ est une notation scientifique car 3,45 est bien compris entre 1 et 10 (10 exclu).
$11{,}3 \times 10^6$ n'est pas une notation scientifique car 11,3 est plus grand que 10.
$0{,}42 \times 10^{-6}$ n'est pas une notation scientifique car 0,42 est plus petit que 1.

Attention à ne pas se tromper avec le signe des exposants :
34 000 = $3{,}4 \times 10^4$ car $3{,}4 \times 10\,000 = 34\,000$
0,000 34 = $3{,}4 \times 10^{-4}$ car $3{,}4 \times 0{,}000\,1 = 0{,}000\,34$

Méthode : Effectuer des calculs de puissances et présenter le résultat en notation scientifique

Vidéo https://youtu.be/tzhNCpLRtCY

Écrire les nombres suivants sous forme scientifique :
A = 8 300 000 $\qquad$ B = 0,002 31 $\qquad$ C = 204,5 x 10^5

$D = 7{,}5 \times 10^5 \times 4 \times 8{,}2 \times (10^{-1})^2$ $\qquad$ $E = 8 \times 10^2 + 85 \times 10^{-2}$ $\qquad$ $F = \dfrac{3 \times 10^3 \times 7 \times 10^2}{50 \times 10}$

Correction

$A = 8{,}3 \times 10^{6}$ $\quad$ $B = 2{,}31 \times 10^{-3}$ $\quad$ $C = 2{,}045 \times 10^{5+2} = 2{,}045 \times 10^{7}$

$D = 7{,}5 \times 10^{5} \times 4 \times 8{,}2 \times (10^{-1})^{2}$
$= 7{,}5 \times 4 \times 8{,}2 \times 10^{5} \times (10^{-1})^{2}$
$= 246 \times 10^{5} \times (0{,}1)^{2}$
$= 246 \times 10^{5} \times 0{,}1 \times 0{,}1$
$= 246 \times 100\,000 \times 0{,}01$
$= 246 \times 1\,000$
$= 246\,000$ (Notation décimale)
$= 2{,}46 \times 10^{5}$ (Notation scientifique)

$E = 8 \times 10^{2} + 85 \times 10^{-2}$
$= 800 + 0{,}85$
$= 800{,}85$ (Notation décimale)
$= 8{,}008\,5 \times 10^{2}$ (Notation scientifique)

$F = \dfrac{3 \times 10^{3} \times 7 \times 10^{2}}{50 \times 10}$
$= \dfrac{3 \times 7}{50} \times \dfrac{10^{3} \times 10^{2}}{10}$
$= 0{,}42 \times \dfrac{1\,000 \times 100}{10}$
$= 0{,}42 \times 10\,000$
$= 4\,200$ (Notation décimale)
$= 4{,}2 \times 10^{3}$ (Notation scientifique)

Activité de groupe : La légende de Sessa
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/SESSA.pdf