

# ARITHMÉTIQUE

## I. Divisibilité

1) Rappels : Les critères de divisibilité

▶ Vidéo <https://youtu.be/BJDE6uOrmYQ>

Un nombre entier est divisible :

- par 2, si son chiffre des unités est pair,
- par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5,
- par 10, si son chiffre des unités est 0,
- par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3,
- par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.



Exemples :

1) 15 est divisible par 3 et par 5.

On dit que 3 et 5 sont des **diviseurs** de 15.

On dit également que 15 est un **multiple** de 3 ou de 5.

2) 1074 est divisible par 3

Car  $1+0+7+4 = 12$  qui est divisible par 3.

Méthode : Reconnaître un multiple ou un diviseur d'un nombre

▶ Vidéo <https://youtu.be/-PLZFIAG99Q>

▶ Vidéo <https://youtu.be/jteZZBzyai8>

1) Parmi les nombres suivants, trouver le(s) multiple(s) de 14 : 56, 141 et 280

2) Dresser la liste des diviseurs de 28.

3) Parmi les nombres 2, 3, 5, 9 et 10, déterminer les diviseurs de 456.

1) Les multiples successifs de 14 sont : 14, 28, 42, **56**, ... **140**, 154, ... **280**, ...

On reconnaît que 56 est un multiple de 14.

On reconnaît facilement que 140 est un multiple de 14 car  $14 \times 10 = 140$ . Donc 141 n'est pas un multiple de 14.

On reconnaît également que 280 est un multiple de 14 car  $14 \times 20 = 280$ .

On en déduit que 56 et 280 sont des multiples de 14.

2) **1, 2, 4, 7, 14, 28.**

L'astuce est de les chercher par couple. Par exemple, **2** divise 28 donc **14** divise également 28 car  $2 \times 14 = 28$ .

3) 2 divise 456 car 456 est pair.

3 divise 456 car  $4+5+6=15$  qui est divisible par 3.

5 ne divise pas 456 car 456 ne se termine pas par 0 ou 5.  
 9 ne divise pas 456 car  $4+5+6=15$  qui n'est pas divisible par 9.  
 10 ne divise pas 456 car 456 ne se termine pas par 0.

## 2) Nombres premiers

 Vidéo <https://youtu.be/g9PLLhnCv88>

**Définition :** Un nombre est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs qui sont 1 et lui-même.

Liste des nombres premiers inférieurs à 30 :  
 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

### Remarques :

- Cette liste est infinie.
- Le nombre 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur.

## III. Application aux fractions

### 1) Décomposition d'un nombre en produits de facteurs premiers

#### Exemples :

- $20 = 2 \times 2 \times 5$  est une décomposition du nombre 20 en **produits** de **facteurs premiers**.  
 En effet, **chaque facteur** de la décomposition est un **nombre premier**.
- $231 = 3 \times 7 \times 11$
- $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$

#### Méthode : Décomposer un nombre en produits de facteurs premiers

 Vidéo [https://youtu.be/BIGalqNz\\_pk](https://youtu.be/BIGalqNz_pk)

Décomposer 84 en produits de facteurs premiers.

Pour le faire, il est important de bien connaître le début de la liste des nombres premiers :  
 2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

On commence par tester si **84** est **divisible par 2** (1<sup>er</sup> nombre premier).  
 La réponse est « oui » car **84** se termine par un chiffre pair.  
 Et on a :  **$84 : 2 = 42$**

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ \hline 42 & \end{array}$$

On recommence, en testant si **42** est **divisible par 2**.  
 La réponse est « oui » et  **$42 : 2 = 21$**

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ \hline 42 & 2 \\ \hline 21 & \end{array}$$

On recommence, en testant si **21** est divisible par 2.

La réponse est « non » !

On teste alors le nombre premier suivant dans la liste.

Est-ce que **21** est **divisible par 3**.

La réponse est « oui ».

Et on a : **21 : 3 = 7**

7 est un nombre premier divisible uniquement par 1 et **lui même**.

Et on a **7 : 7 = 1**.

C'est fini, on trouve **1** !

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

La décomposition en facteurs premiers de 84 se lit dans la colonne de droite.



$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

## 2) Fractions égales

Méthode : Déterminer des fractions égales

 Vidéo <https://youtu.be/HkqUaPYgwQM>

Simplifier la fraction  $\frac{153}{85}$ .

Pour simplifier une fraction, il faut décomposer son numérateur et son dénominateur en produits de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 153 & 3 \\ 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 85 & 5 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

On a ainsi les décompositions de 153 et 85 :

$$153 = 3 \times 3 \times 17 \text{ et } 85 = 5 \times 17$$

$$\text{Donc : } \frac{153}{85} = \frac{3 \times 3 \times 17}{5 \times 17} = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5}$$

© Copyright

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)