ARITHMÉTIQUE

**Partie 1 : La division euclidienne (Rappel)**

Méthode : Poser une division euclidienne

 **Vidéo** [**https://youtu.be/2Ocfhucc58g**](https://youtu.be/2Ocfhucc58g)

Poser la division 73 : 3.

**Correction**

**Légendes :**

Dans 7, combien de fois 3 ? 2 fois !

2 $× $3 = 6

7 – 6 = 1

↓ On abaisse le 3.

Dans 13, combien de fois 3 ? 4 fois !

4 $× $3 = 12

13 – 12 = 1

On arrête, il n’y a plus de chiffre à abaisser.

 7 3 3

 Le diviseur

 Le quotient

Le dividende

 - 6 2 4

 1 3

 - 1 2

Le reste

 1

 Le reste est toujours inférieur au diviseur.

Dans 73, combien de fois 3 ? 24 fois 3, et il reste 1, soit :

 73 = 3 $×$ 24 $+$ 1

L’égalité euclidienne :

 DIVIDENDE = DIVISEUR $×$ QUOTIENT + RESTE

**Partie 2 : Divisibilité**

Dans ce chapitre, on ne travaille qu’avec des nombres entiers !

1) Multiples et diviseurs

Exemple : 56 = 8 x 7

* 7 et 8 sont des **diviseurs** de 56.
* 56 est un **multiple** de 7 et de 8.
* 56 est **divisible** par 7 et par 8.

Remarque : 0 n’est pas un diviseur car il est impossible de diviser un nombre par 0.

Méthode : Déterminer les diviseurs d’un nombre

 **Vidéo** [**https://youtu.be/jteZZBzyai8**](https://youtu.be/jteZZBzyai8)

Trouver tous les diviseurs de 30.

**Correction**

On cherche toutes les multiplications égales à 30 :

$$1×30=30$$

$$2×15=30$$

$$3×10=30$$

$4×7,5=30$ $\leftarrow $ Ne convient pas car 7,5 n’est pas un nombre entier.

$$5×6=30$$

1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30 sont les diviseurs de 30.

 2) Critères de divisibilité

Propriétés : Un nombre entier est divisible :

 - par 2, si son chiffre des unités est pair,

 - par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5,

 - par 10, si son chiffre des unités est 0,

 - par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3,

 - par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Méthode : Reconnaître un multiple ou un diviseur d’un nombre

 **Vidéo** [**https://youtu.be/bFm\_tHXTKhs**](https://youtu.be/bFm_tHXTKhs)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/-PLZFlAG99Q**](https://youtu.be/-PLZFlAG99Q)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/jteZZBzyai8**](https://youtu.be/jteZZBzyai8)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/BJDE6uOrmYQ**](https://youtu.be/BJDE6uOrmYQ)

a) Parmi les nombres suivants, trouver le(s) multiple(s) de 14 : 56, 141 et 280

b) Dresser la liste des diviseurs de 28.

c) Parmi les nombres 2, 3, 5, 9 et 10, déterminer les diviseurs de 456.

**Correction**

a) Les multiples successifs de 14 sont : 14, 28, 42, 56, … 140, 154, … 280, …

● On reconnaît que 56 est un multiple de 14.

● On reconnaît facilement que 140 est un multiple de 14 car 14 x 10 = 140. Donc 141 n’est pas un multiple de 14.

● On reconnaît également que 280 est un multiple de 14 car 14 x 20 = 280.

On en déduit que 56 et 280 sont des multiples de 14.

b) 1, 2, 4, 7, 14, 28.

L’astuce est de les chercher par couple. Par exemple, 2 divise 28 donc 14 divise également 28, car 2 $×$ 14 = 28.

c) ● 2 divise 456, car 456 est pair.

 ● 3 divise 456 car 4 + 5 + 6 = 15 est divisible par 3.

 ● 5 ne divise pas 456 car 456 ne se termine pas par 0 ou 5.

 ● 9 ne divise pas 456 car 4 + 5 + 6 = 15 n’est pas divisible par 9.

 ● 10 ne divise pas 456 car 456 ne se termine pas par 0.

**Partie 2 : Nombres premiers**

1) Définition

Définition : Un nombre entier naturel est **premier** s’il possède exactement deux diviseurs qui sont 1 et lui-même.

Liste des nombres premiers inférieurs à 30 :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

Remarques :

- Cette liste est infinie.

- Le nombre 1 n’est pas premier car il n’a qu’un seul diviseur.

Méthode : Reconnaître un nombre premier

 **Vidéo** [**https://youtu.be/g9PLLhnCv88**](https://youtu.be/g9PLLhnCv88)

Dans la liste suivante, reconnaitre les nombres premiers : 6 – 11 – 15 – 5 – 23

**Correction**

● 6 = 2 $×$ 3 donc 6 possède plus que deux diviseurs : 1 ; 2 ; 3 ; 6.

6 n’est pas un nombre premier.

● 11 est un nombre premier car il possède exactement deux diviseurs : 1 et 11.

● 15 = 3 $×$ 5 donc 15 possède plus que deux diviseurs : 1 ; 3 ; 5 ; 15.

15 n’est pas un nombre premier.

● 23 est un nombre premier car il possède exactement deux diviseurs : 1 et 23.

 2) Décomposition d’un nombre en produit de facteurs premiers

Exemples :

- 20 = 2 $×$ 2 $×$ 5 est une décomposition du nombre 20 en produit de facteurs premiers.

En effet, chaque facteur de la décomposition est un nombre premier.

- 225 = 3 $×$ 3 $×$ 5 $×$ 5

Méthode : Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers

 **Vidéo** [**https://youtu.be/BlGaIqNz\_pk**](https://youtu.be/BlGaIqNz_pk)

Décomposer 84 en produit de facteurs premiers.

**Correction**

⚠️ Il est important de bien connaître le début de la liste des nombres premiers :

2, 3, 5, 7, 11, 13, …

On commence par tester si **84** est divisible par **2** (1er nombre premier).  **84**  **2**

La réponse est « oui » car **84** se termine par un chiffre pair.  **42**

Et on a : **84 : 2** = **42**

On recommence, en testant si **42** est divisible par **2**. 84 2

La réponse est « oui » et **42 : 2** = **21** **42** **2**

 **21**

On recommence, en testant si **21** est divisible par 2. 84 2

La réponse est « non » ! 42 2

On teste alors le nombre premier suivant dans la liste. **21** **3**

Est-ce que **21** est divisible par **3** ? **7**

La réponse est « oui ».

Et on a : **21 : 3** = **7**

**7** est un nombre premier divisible uniquement par 1 et **lui même**. **84 2**

**Et on a 7 : 7 = 1. 42 2**

 **21 3**

**C’est fini, on trouve 1 ! 7 7**

 **1**

La décomposition en produit de facteurs premiers de 84 se lit dans la colonne de droite.

 84 = $2×2×3×7$

3) Application aux fractions

Méthode : Simplifier une fraction en utilisant des décompositions en produit de facteurs premiers

 **Vidéo** [**https://youtu.be/HkqUaPYgwQM**](https://youtu.be/HkqUaPYgwQM)

Simplifier la fraction $\frac{153}{85}$.

**Correction**

Pour simplifier une fraction, il faut décomposer son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers.

 153 3 85 5

 51 3 17 17

 17 17 1

 1

On a ainsi les décompositions de 153 et 85 :

153 = 3 $×$ 3 $×$ 17

85 = 5 $×$ 17

Donc : $\frac{153}{85}$ = $\frac{3×3×17}{5×17}$ = $\frac{3×3}{5}$ = $\frac{9}{5}$.

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)