ANGLES ET TRIANGLES SEMBLABLES

I. Angles alternes-internes

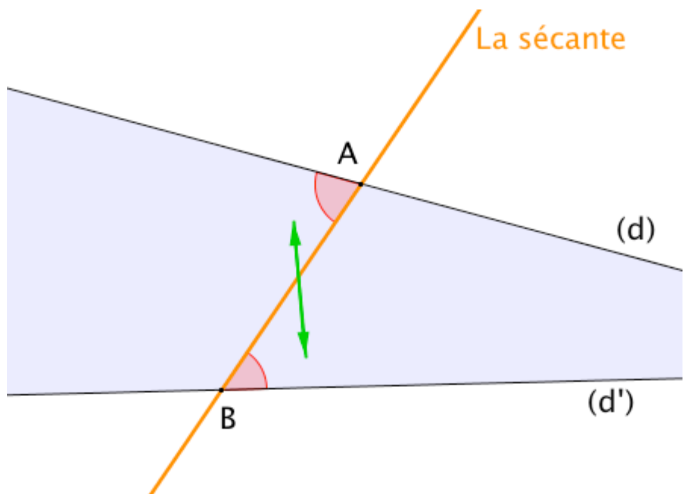
Activité conseillée

p216 Activité 1

Myriade 4^{e} – Bordas Éd.2016

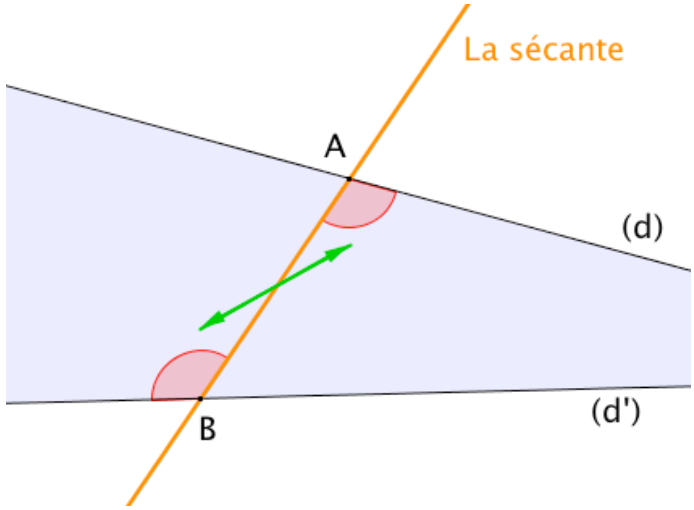
1) Définition

On dit que les deux angles marqués en rouge sont alternes-internes.
En effet :
- ils se trouvent à l'intérieur (interne) de la bande formée par (d) et (d'),
- ils sont de part et d'autre (alternes) de la sécante.



Définition :
Soit deux droites (*d*) et (*d'*) coupées par une sécante.
Dire que deux angles formés par ces trois droites sont ALTERNES-INTERNES signifie que :
– ils n'ont pas le même sommet ;
– ils sont de part et d'autre de la sécante ;
– ils sont à l'intérieur de la bande délimitée par les deux droites (*d*) et (*d'*).

Remarque :
Deux droites et une sécante déterminent deux couples d'angles alternes-internes.
Ainsi, sur la figure précédente, on peut trouver deux autres angles alternes-internes :

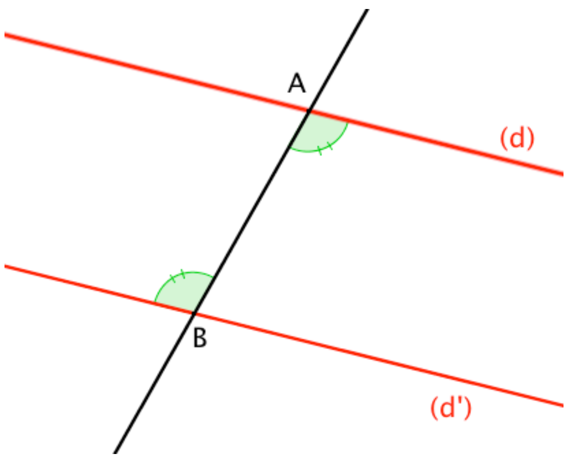


Exercices conseillés

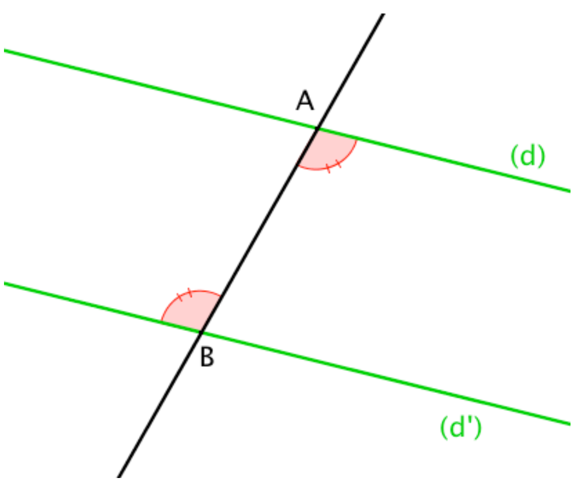
p220 n°2, 3, 4 p224 n°30, 31	

Myriade 4e – Bordas Éd.2016

2) Propriétés



Si deux droites sont parallèles
alors les angles alternes-internes reposant sur ces droites sont égaux.

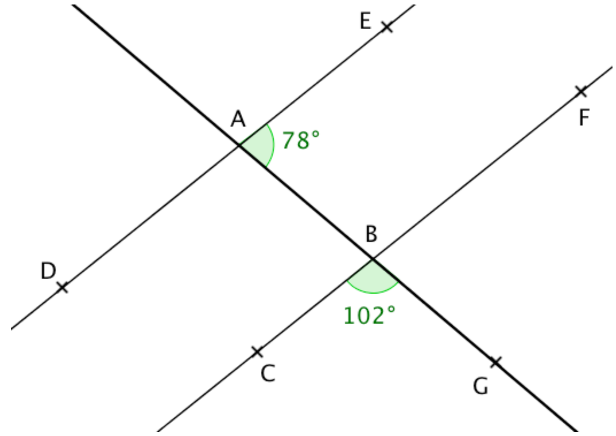


Si deux angles alternes-internes sont égaux
alors les droites sur lesquelles ils reposent sont parallèles.

Méthode : Appliquer la propriété de parallélisme sur les angles alternes-internes

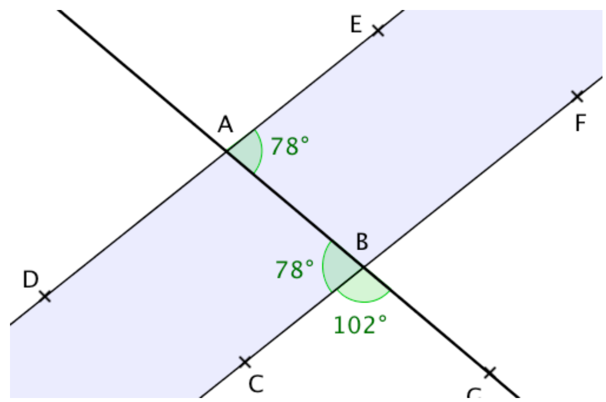
Vidéo https://youtu.be/v7XmtQhOP9I

Sur la figure, les droites (DE) et (CF) sont-elles parallèles ?



L'angle $\widehat{ABG}$ est plat donc :
$\widehat{ABC}$ = 180 – 102 = 78°.

Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAE}$ sont alternes-internes et égaux.
Si deux angles alternes-internes sont égaux alors les droites sur lesquelles ils reposent sont parallèles.
On en déduit que les droites (DE) et (CF) sont parallèles.



Exercices conseillés	En devoir
p220 n°5, 6 p221 n°7, 8, 11, 12, 13 p224 n°32, 33 p225 n°34, 35 p226 n°43, 44	p221 n°9, 10 p229 n°61

Myriade 4e – Bordas Éd.2016

II. Triangles semblables

1) Définition

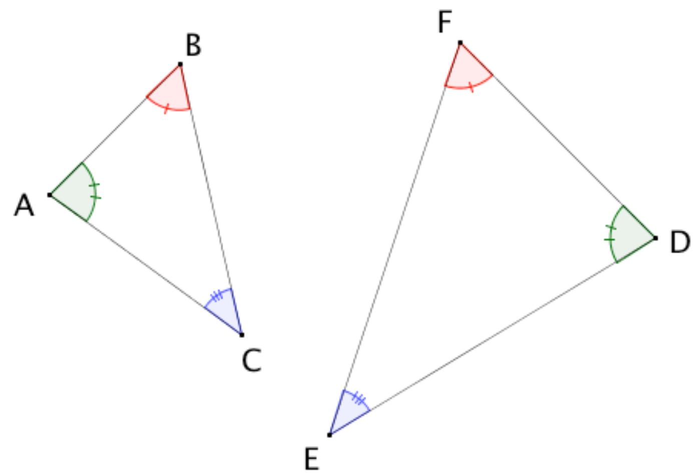
Définition : On appelle triangles semblables des triangles qui ont des angles deux à deux égaux.

Exemple :
Les triangles ABC et DEF sont semblables, en effet :

$\widehat{ABC} = \widehat{DFE}$

$\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$

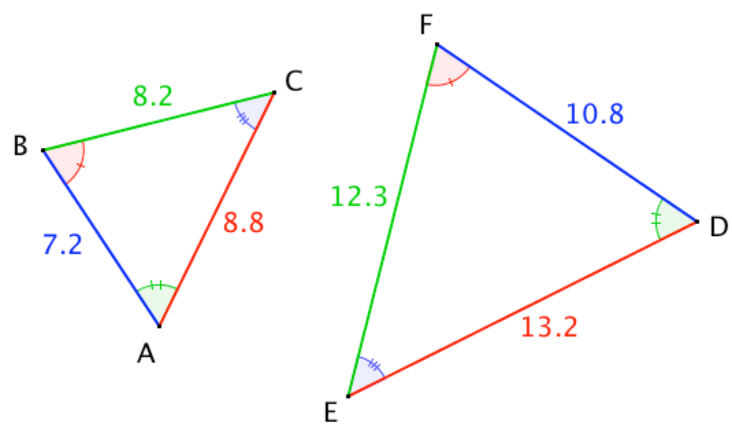
$\widehat{ACB} = \widehat{DEF}$



Dans la pratique :
Pour montrer que deux triangles sont semblables, il suffit de s'assurer que deux couples d'angles sont égaux deux à deux. En effet, d'après la règle des 180°, le dernier couple d'angles le sera également.

2) Propriété

Exemple :
Les triangles ABC et DEF sont semblables.
Les côtés du triangle ABC sont proportionnels aux côtés du triangle DEF.



On fait correspondre deux à deux les côtés opposés à deux angles égaux.
Dans deux triangles semblables, les côtés opposés à des angles égaux sont appelés « côtés homologues ».

Côtés de DEF	DF = 10,8	EF = 12,3	ED = 13,2
Côtés de ABC	AB = 7,2	BC = 8,2	AC = 8,8

↑ Opposé à l'angle bleu ↑ Opposé à l'angle vert ↑ Opposé à l'angle rouge

On constate ainsi que : $\frac{10,8}{7,2} = \frac{12,3}{8,2} = \frac{13,2}{8,8} = 1,5$

Propriété : Si deux triangles sont semblables alors les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.

Remarque : Le coefficient de proportionnalité est appelé le coefficient d'agrandissement ou de réduction.

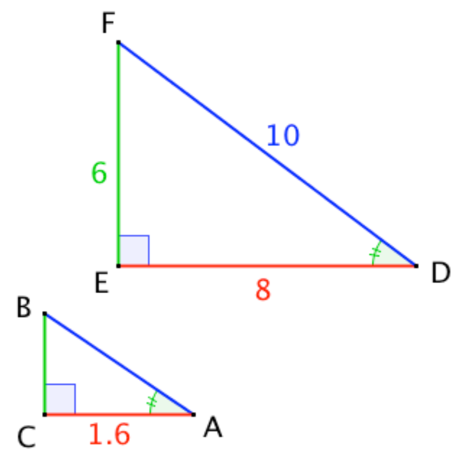
Exercices conseillés	
p222 n°17, 15 p225 n°36	

Myriade 4[e] – Bordas Éd.2016

Méthode : Utiliser des triangles semblables

Vidéo https://youtu.be/F3SuRBTkaGM

1) Prouver que les triangles ABC et DEF sont des triangles semblables.
2) En déduire les longueurs CB et AB.



1) On sait que $\widehat{CAB} = \widehat{EDF}$ et que $\widehat{BCA} = \widehat{FED} = 90°$. Donc nécessairement, les angles $\widehat{CBA}$ et $\widehat{EFD}$ sont égaux.
On en déduit que les triangles ABC et DEF sont des triangles semblables.

2) Comme les triangles ABC et DEF sont semblables, les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.
On a donc :
$\frac{CA}{ED} = \frac{CB}{EF} = \frac{AB}{DF}$, soit : $\frac{1,6}{8} = \frac{CB}{6} = \frac{AB}{10}$
On en déduit que :
CB = 6 x 1,6 : 8 = 1,2
AB = 10 x 1,6 : 8 = 2.

Exercices conseillés	En devoir
p222 n°16 p223 n°19, 20, 22 p225 n°37, 38, 39, 41	p223 n°23, 24

Myriade 4[e] – Bordas Éd.2016