

# LE PARADOXE DE ZENON

*Commentaire : Démontrer qu'une suite est majorée en appliquant la notion de somme d'une suite géométrique.*

*Pour introduire l'activité avec humour : Kid Paddle de Midam :  
[http://www.maths-et-tiques.fr/images/M\\_images/zenon.png](http://www.maths-et-tiques.fr/images/M_images/zenon.png)*

A priori, la somme d'un nombre infini de longueurs serait une longueur infinie.

Au V<sup>ème</sup> siècle avant JC, le grec *Zénon d'Elée* (-490 ; -425) nous exprime qu'il peut en être autrement.

*Achille*, célèbre pour sa rapidité, court à vitesse constante sur un chemin de longueur 1. Achille doit d'abord parcourir la moitié de la longueur (1/2) puis la moitié de la longueur restante (1/4) et ainsi de suite en poursuivant ce processus de division à l'infini.



1) a) Calculer la distance parcourue après le 2<sup>e</sup> étape de sa course, puis après la 3<sup>e</sup> et la 4<sup>e</sup> étape. Que constate-t-on ?

b) Exprimer en fonction de  $n$ , la distance  $d_n$  parcourue après la  $n$ ème étape.

2) Démontrer que pour tout entier  $n$ , on a :  $d_n = 1 - \frac{1}{2^n}$ .

3) a) En déduire que pour tout entier  $n$ ,  $d_n$  est inférieur à un entier à déterminer.

b) Expliquer alors le paradoxe donné par *Zénon*.

© Copyright

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)