LE PARADOXE DE ZENON

Commentaire : Démontrer qu'une suite est majorée en appliquant la notion de somme d'une suite géométrique.

Pour introduire l'activité avec humour : Kid Paddle de Midam :
http://www.maths-et-tiques.fr/images/M_images/zenon.png

A priori, la somme d'un nombre infini de longueurs serait une longueur infinie.
Au V$^{\text{ème}}$ siècle avant JC, le grec *Zénon d'Elée* (-490 ; -425) nous exprime qu'il peut en être autrement.
Achille, célèbre pour sa rapidité, court à vitesse constante sur un chemin de longueur 1. Achille doit d'abord parcourir la moitié de la longueur (1/2) puis la moitié de la longueur restante (1/4) et ainsi de suite en poursuivant ce processus de division à l'infini.

1) a) Calculer la distance parcourue après le 2^{e} étape de sa course, puis après la 3^{e} et la 4^{e} étape. Que constate-t-on ?
b) Exprimer en fonction de n, la distance d_n parcourue après la énième étape.

2) Démontrer que pour tout entier n, on a : $d_n = 1 - \dfrac{1}{2^n}$.

3) a) En déduire que pour tout entier n, d_n est inférieur à un entier à déterminer.
b) Expliquer alors le paradoxe donné par *Zénon*.