

UNE SPIRALE TRES COMPLEXE

Commentaire : Etude d'une suite d'affixes dont les points forment une spirale.

On considère un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Pour tout entier naturel n , on note M_n le point d'affixe z_n tel que : $z_0 = 1$ et $z_{n+1} = \left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_n$.

1) Déterminer la forme exponentielle du nombre complexe $\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

2) Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = |z_n|$.

a) Démontrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

Indication : On pourra prouver que le rapport $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ est une constante.

b) En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

c) Que dire de la longueur OM_n lorsque n tend vers $+\infty$? Justifier.

3) On considère l'algorithme ci-contre :

a) Si $P = 5$, quelle est la valeur affichée en sortie ?

b) Même question pour $P = 15$.

c) Dans le contexte de la partie 2, que permet de faire cet algorithme ?

4) Pour la suite, on admet que pour tout entier naturel n ,

$$\text{on a : } z_n = u_n e^{i \frac{n\pi}{6}}.$$

a) Pour quelles valeurs de n , le point M_n appartient-il à l'axe des abscisses ? À l'axe des ordonnées ? Justifier.

b) Démontrer que le triangle OM_nM_{n+1} est isocèle en M_n .

c) Dans le repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$, placer les points M_n pour $0 \leq n \leq 5$.

Prendre 0,5 cm pour une unité.

Relier dans l'ordre ces points pour obtenir la spirale.

Variables	n entier naturel R réel P réel strictement positif
Entrée	Demander la valeur de P
Traitement	R prend la valeur 1 n prend la valeur 0 Tant que $R < P$ n prend la valeur $n + 1$ R prend la valeur $\sqrt{3} R$ Fin tant que
Sortie	Afficher n



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales