Une histoire de notations

Pierre Legrand(*)

Introduction

Si j'écris « *LXXII et XVIII fiunt XC* » et « *De quadringentis octogesima pars V sunt* », il vous faudra sans doute un petit effort pour comprendre. Si je traduis : « Soixante-douze et dix-huit deviennent quatre-vingt-dix » et « De quatre cents la quatre-vingtième partie sont cinq », vous sourirez, mais vous n'aurez aucun mal à comprendre. Un lycéen turc ou japonais ne comprendra pas, mais il comprendra si j'écris 72 + 18 = 90 et 400/80 = 5.

Les écritures de la première phrase sont d'Alcuin(1) (fin du VIIIe siècle), mais un citoyen de la Rome antique ne les aurait pas désavouées. L'égalité 72 + 18 = 90 n'aurait pu être formulée ainsi avant la fin du XVIe siècle, l'égalité 400/80 = 5 pas avant le milieu du XVIIIe.

Ces exemples pris parmi tant d'autres donnent une idée du travail d'organisation, de simplification et d'harmonisation réalisé au fil du temps. Les écritures que nous manions de façon machinale sont le fruit d'une très longue maturation et d'innombrables échanges entre les scientifiques de diverses nations.

Il n'est pas question ici de donner un historique des notations mathématiques, sujet hautement complexe et foisonnant, mais seulement d'indiquer quelques points de repère concernant les symboles les plus utilisés à l'école et au collège.

1. L'arithmétique élémentaire

L'écriture des mots

Commençons, pour complaire à notre ministre, par une parenthèse interdisciplinaire. On croit souvent que les caractères dits latins qui constituent l'écriture de nos livres remontent à la Rome antique, et c'est vrai. Mais c'est faux aussi.

Nos majuscules d'imprimerie ne sont autres que les caractères utilisés dans les inscriptions romaines. Cependant(2) les Romains n'avaient ni U ni J : V et I en tenaient lieu ; la distinction entre U et V, I et J est apparue à la Renaissance et ne s'est imposée que peu à peu(3). Le W fut introduit à la fin du Moyen Âge, pour les besoins des langues germaniques.

(*) p.m.legrand@sfr.fr

(1) Voir dans le B.V. n° 512 l'article « Énigmes carolingiennes ».

(2) Au départ, ils n'avaient pas non plus K, Y et Z, introduits au contact des Grecs.

(3) Même pour les minuscules, l'écriture de i ou v là où nous attendrions j ou u se trouve encore souvent au XVIIe siècle, comme on le verra dans certains des encadrés de cet article.

Nos minuscules d'imprimerie, elles, n'ont qu'un rapport lointain avec l'écriture cursive des Romains (dont les inscriptions étaient toujours en majuscules). Elles résultent d'une évolution s'étendant sur tout le Moyen Âge, en concurrence avec l'écriture gothique (voir ci-dessous) que les Allemands ont conservée pendant des siècles. C'est seulement à partir de 1941 qu'à la suite d'une circulaire du Führer elle a été peu à peu abandonnée.

$\mathfrak{a\ b\ c\ d\ e\ f\ g\ h\ i\ j\ k\ l\ m\ n\ o\ p\ q\ r\ s\ t\ u\ v\ w\ x\ y\ z}$

L'écriture des entiers

Le principe de la numération de position, premier contact des enfants avec les notations mathématiques, « nous paraît maintenant si simple que nous en sentons à peine le mérite », écrit Laplace[4]. Mais, ajoute-t-il, « l'on appréciera la difficulté d'y parvenir, si l'on considère qu'il a échappé au génie d'Archimède et d'Apollonius. »

Ce mode d'écriture des entiers, permettant d'écrire des nombres arbitrairement grands en combinant seulement dix symboles, nous est venu à la fin du X^{e} siècle par les Arabes d'Espagne, importé notamment par Gerbert (qui par la suite fut le pape de l'an mille). On a longtemps cru que l'idée leur était propre[5], mais ils l'ont empruntée à l'Inde, comme en fait foi l'existence d'un traité d'Al Kwarizmi, datant du milieu du IX^{e} siècle, que nous ne connaissons que par une traduction latine au titre éloquent : *Algoritmi de numero Indorum.*

Remarque : Le dessin des chiffres a évolué de façon différente en Europe et dans les pays arabes. Ci-contre la situation actuelle[6].

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩

Fractions et « nombres à virgule »

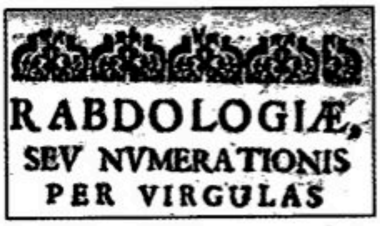
L'Inde semble avoir aussi inventé la notation des fractions, les nombres étant écrits l'un au-dessous de l'autre : $\begin{matrix}27\\5\end{matrix}$ pour $\frac{27}{5}$. Vers la fin du XII^{e} siècle, les Arabes y ajoutèrent la séparation du numérateur et du dénominateur par une barre horizontale, que Fibonacci[7] fut le premier Européen à utiliser régulièrement (mais il écrivait $\frac{1}{2}12$, à la manière des Arabes, à la place de $12\frac{1}{2}$). Cependant l'usage de la barre de fraction ne devint général qu'au XVI^{e} siècle. Et la barre oblique, bien que connue, semble-t-il, des Arabes du XII^{e} siècle, n'a fait son apparition en Occident que dans la seconde moitié du XVIIIe siècle, en tant que commodité typographique : 3/4 est plus facile à caser dans une ligne que $\frac{3}{4}$.

(4) *Exposition du système du monde*, 2^{e} édition, 1798, livre V, ch.1, p. 294.

(5) C'est encore l'opinion de Charles Bossut dans son *Histoire des mathématiques* datée de 1810.

(6) Mais les chiffres à l'européenne gagnent de plus en plus de terrain, notamment au Maghreb.

(7) *Liber Abaci*, 1202.



Le premier à avoir pleinement utilisé les fractions décimales semble avoir été François Viète[(8)], qui écrivait 13|25 pour 13,25. Et le premier à recommander une virgule ou un point (il a utilisé les deux) pour séparer partie entière et partie décimale fut Neper[(9)], dans sa Rabdologia (1617).

Les deux notations sont depuis restées en concurrence. La virgule a été longtemps la plus répandue (elle est encore utilisée dans toute l'Europe continentale, Suisse exceptée). Le point est de règle dans les pays anglo-saxons et dans presque toute l'Asie ; il gagne du terrain, sous la pression conjointe des Américains et des fabricants de calculatrices.

Addition et soustraction

Curieusement, ces opérations indispensables à toute comptabilité ont mis des siècles avant de trouver leur écriture définitive. Nicolas Chuquet, dans son *Triparty en la science des nombres* (1484) utilise $\overline{p}$ et $\overline{m}$, abréviations de « plus » et « moins », notation proche des $\tilde{p}$ et $\tilde{m}$ (*più* et *meno*) de ses contemporains italiens.

Le premier livre où l'on voit les signes + et – est un traité de Johann Widmann (1489), intitulé *Behende und hübsche Rechnung auff allen Kauffmanschafften*[(10)] (Calcul rapide et élégant pour tous les commerces). Ces notations se répandirent assez vite en Allemagne, puis dans le reste de l'Europe. En France, François Viète (1540-1603) fut l'un des premiers à les adopter.

Signes d'égalité et d'inégalité

Le symbole = est d'origine plus tardive encore. Il est apparu pour la première fois en 1557, dans *The Whetstone of Witte* (La pierre à aiguiser l'esprit), du Gallois Robert Recorde[(11)]. Mais il mit près de deux siècles à s'imposer, face à divers concurrents, dont le plus redoutable fut le signe $\propto$ introduit par Descartes dans sa Géométrie (1637), que l'on trouve encore[(12)], par exemple, dans l'*Ars conjectandi*[(13)] de Jacob Bernoulli (1713) : $\int n \propto \frac{1}{2}nn + \frac{1}{2}n.$

Le premier livre à utiliser les symboles d'inégalité, < et >, est un ouvrage posthume de Thomas Harriot (1560-1621).

Aequalitatis ═══ ut *a* ═══ *b*. significet a aequalem ipi *b*.
Maioritatis ⪢ ut *a* ⪢ *b*. significet a maiorem quam *b*.
Minoritatis ⪡ ut *a* ⪡ *b* significet a minorem quam *b*."

Thomas Harriot, *Artis Analyticae Praxis ad Aequationes Algebraicas Resolvendas* (1631), p. 10

(8) *Universalium inspectionum ad canonem mathematicum liber singularis*, 1597.

(9) La rabdologie est une technique de calcul avec des bâtonnets marqués.

(10) On écrirait maintenant *auf allen Kaufmannschaften*.

(11) Il est mort en prison l'année suivante. On ne respectait déjà pas les mathématiciens.

(12) On notera l'usage de $\int n$ pour $1 + 2 + \ldots + n$.

(13) « L'art de conjecturer », premier grand traité de probabilités.

Multiplication

Le symbole × fut introduit par William Oughtred dans son *Clavis mathematicae* (Clé de la mathématique), qui fait le point de l'algèbre de l'époque et dont la première édition (1631) fut suivie de plusieurs autres. Auparavant, les notations étaient fort variables ; Viète, par exemple, utilisait « *in* » : A *in* B pour A × B.

Arrivés à ce stade, nous avons passé en revue l'essentiel des notations qu'est censé maîtriser un élève à l'entrée en sixième. Le saut majeur effectué de l'école au collège est l'introduction de l'algèbre.

2. Le langage algébrique

L'absence de notations spécifiques au calcul a été la principale entrave au développement des mathématiques dans la Grèce antique(14). Et la mise en place progressive du langage algébrique à partir du XVIe siècle a puissamment aidé leur extraordinaire floraison durant les deux siècles qui ont suivi.

Le mot « algèbre » vient d'*Al jabr*, terme qui fait partie du titre d'un ouvrage écrit en arabe vers 830 par le Persan Al Khawarizmi. Le livre traitait essentiellement des équations du premier et du second degré. En ce sens, son auteur peut être considéré comme le second père de l'algèbre, le premier étant Diophante (IIIe siècle). Mais Al Khawarizmi n'utilise strictement aucun symbolisme calculatoire : même les nombres sont écrits en toutes lettres. Son algèbre est ce qu'on appelle une « algèbre rhétorique ».
L'algèbre resta rhétorique jusqu'à la fin du XVe siècle.

Les formules littérales

Une telle situation était paralysante : écrire « le cube de l'inconnue augmenté de quatre fois le carré de l'inconnue et diminué de cinq fois l'inconnue égale dix-neuf » parle moins à l'esprit que $x^3 + 4x^2 - 5x = 19$. *A posteriori*, on pourrait estimer que donner un nom à l'inconnue s'imposait avec évidence. Mais les choses ne se sont pas passées ainsi.

Un important premier pas

Le premier pas vers une écriture algébrique véritable a été fait en 1484 par Nicolas Chuquet, dans son *Triparty en la science des nombres*, qui n'eut guère à l'époque de retentissement(15), et en 1494 par Luca Pacioli, dans sa *Summa de arithmetica, geometria, de proportioni et de proportionalita*, qui eut un beau succès. Mais les formules écrites par l'un et par l'autre ressemblent plus à une sténographie qu'à nos équations actuelles.

---

(14) Voir dans le B.V. nº 518 l'article « La langue des calculs ».

(15) Mais l'*Arisméthique* de son élève Estienne de la Roche (1520), en grande partie copiée sur le *Triparty*, eut une large diffusion en France et à l'étranger.

À la manière de…		
Écriture moderne	$x^3 + 4x^2 - 5x = 19$	
Nicolas Chuquet (1484)	$1^3.\bar{p}.4^2.\bar{m}.5^1$ montent 19	1^3 : 1fois le cube de l'inconnue 4^2 : 4 fois le carré de l'inconnue 5^1 : 5 fois l'inconnue montent : =
Luca Pacioli (1494)	*cu.p̃.4.ce.m̃.5.co* —— 19	*cu* : *cubus* (cube de l'inconnue) ; *ce* : *censo* (carré de l'inconnue) ; *co* : *cosa* (chose = l'inconnue) —— : =

N.B. 1 : Ils ont été des pionniers dans un autre domaine : ils n'ont pas écrit en latin, mais dans la langue de leur pays.
N.B. 2 : Les Allemands importèrent vite les notations italiennes : le *cosa* de l'inconnue devint *Coss* et l'algèbre ainsi traitée devint l'*art cossique*, qui se répandit aussi en Angleterre.

Le système de Chuquet et le système italien avaient le même inconvénient majeur : ils ne permettaient guère que d'écrire des équations à une inconnue, à coefficients numériques. On trouve cependant chez l'Allemand Michael Stifel, dans son *Arithmetica integra* de 1544, un embryon de calcul littéral et une notation nouvelle promise à un bel avenir : le produit de a par b noté ab, sans symbole intermédiaire(16).

Le calcul selon Viète

La première forme de calcul littéral véritable vint de François Viète (1540-1603), mais ses notations étaient encore loin des nôtres. En voici un exemple :

A quadrato-quadratum, + A cubo in B quater, + A quadr. in B quadratum sexies, + A in B cubum quater, + B quadrato-quadrato. Quæ ideo æquabuntur quadrato-quadrato ex A + B.
Traduction « Le carré du carré de A, plus quatre fois le cube de A multiplié par B, plus six fois le carré de A multiplié par celui de B, plus quatre fois A multiplié par le cube de B, plus le carré du carré de B. Le tout égale le carré du carré de A+B »
Notations • *quadratum* : carré ; *cubum* : cube ; *quadrato-quadratum* : puissance quatre ; *in* : multiplié par. • Les facteurs numériques ne sont pas désignés par un cardinal, mais par un adverbe : *quater* (quatre fois) et non *quattuor*, *sexies* (six fois) et non *sex*. • Viète n'écrit pas de symbole pour « = », mais *aequabuntur* (seront rendus égaux à).
Francisci Vietae Opera Mathematica, p. 17 (1646, édition posthume, Viète étant mort en 1603)

C'est nettement plus encombrant que notre $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$. Il n'empêche que c'est une grande première. Et la lourdeur de ces écritures n'empêcha pas Viète d'établir de proche en proche la formule du binôme jusqu'à l'exposant 6.

(16) Mais il écrit « in » pour le produit de nombres donnés : « 16 in 31, facit 496 » (*Arithmetica integra*, p. 10).

Viète eut en outre l'idée de distinguer les inconnues des paramètres. Voici ce qu'il en dit(17) lui-même (en latin, bien sûr) : « … les grandeurs données doivent être distinguées de celles que l'on cherche par un symbolisme uniforme et facile à lire, ce qui peut se faire en désignant les inconnues par la lettre A ou d'autres voyelles E, I, O, V, Y et les données par les lettres B, G, D ou d'autres consonnes. »

Il était très conscient de l'importance du changement ainsi accompli et opposait sa *logistica speciosa* (algèbre des espèces, autrement dit calcul littéral) à la *logistica numerosa* (algèbre des nombres).

Remarque. Les notations ne variaient pas seulement d'un auteur à l'autre, mais souvent au sein de la production d'un même auteur. C'est ainsi qu'on trouve à l'occasion chez Viète *plano* au lieu de *quadratum* pour désigner un carré, *solido* au lieu de *cubum* pour désigner un cube.

Naissance des notations modernes

René Descartes, dans *La Géométrie* (1637), innove sur plusieurs points :

- Il propose pour l'égalité un nouveau symbole, dont nous avons parlé plus haut, qui finalement ne s'imposera pas.

- Conservant l'idée de Viète(18) d'utiliser des lettres différentes pour les données et pour les inconnues ou les variables, il introduit une convention que nous respectons encore : utiliser des minuscules, les premières lettres de l'alphabet pour les données, les dernières pour les inconnues ou les variables.

- Il introduit les exposants entiers positifs. Selon ses propres termes : « *aa* ou a^2 pour multiplier a par soi-même ; et a^3 pour le multiplier encore une fois par a, et ainsi à l'infini. » Pascal les adopta très vite, puis Wallis, Leibniz et Newton. Ce dernier fut en outre le premier à utiliser les exposants fractionnaires et les exposants négatifs (voir encadré ci-contre). Mais certains auteurs gardèrent encore longtemps des écritures telles que Aq, Ac, Aqq pour A^2, A^3, A^4.

"Since algebraists write a^2, a^3, a^4 for $aa, aaa, aaaa$, etc., so I write $a^{\frac{1}{2}}, a^{\frac{3}{2}}, a^{\frac{5}{2}}$ for $\sqrt{a}, \sqrt{a^3}, \sqrt{a^5}$, etc ; and I write a^{-1}, a^{-2}, a^{-3} for $\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3}$, etc."
Newton, lettre au secrétaire de la *Royal Society*, 1676, cité par F. Cajori [1], t.1, § 308

Remarque. Pendant longtemps, même les adeptes de la notation des exposants trouvèrent plus commode d'écrire xx plutôt que x^2. Gauss le faisait encore.

Les parenthèses

Si trop de nos élèves de quatrième s'embrouillent dans le maniement des parenthèses, ne leur jetons pas la pierre : elles ont mis un temps considérable avant de s'imposer comme un instrument d'usage courant. Lorsqu'un calcul amenait à

(17) *Francisci Vietae Opera Mathematica*, p. 8 (livre accessible sur le site gallica.bnf.fr).

(18) Il a affirmé à plusieurs reprises n'avoir pas lu Viète. On peut donc penser à une simple coïncidence.

grouper des termes pour opérer sur eux en bloc, chacun y allait de sa notation : souvent une barre au-dessus du bloc, des parenthèses à l'occasion, et aussi un point, une virgule ou deux points avant et/ou après le bloc. Ce fut l'exemple de Leibniz, des Bernoulli et d'Euler qui lança définitivement les parenthèses. Mais à la fin du XVIII^{e} siècle, elles n'avaient pas encore l'exclusivité (Cf. ci-contre).

> (*) Pour dénoter que $2a + 5b$ doit être multiplié par $3a - 4b$, on a coutume de renfermer ces quantités entre des Parenthèſes, & de les écrire de la manière ſuivante. $(2a + 5b)\,(3a - 4b)$, ou bien $(2a + 5b) \times (3a - 4b)$, ou enfin de cette façon : $\overline{2a + 5b} \times \overline{3a - 4b}$; mais comme la première manière de les enfermer entre des Parenthèſes, eſt la moins ſujette à erreur, nous nous en ſervirons dans la ſuite.
>
> J.J. Blaquière, *Institution du calcul numérique et littéral* (1770), seconde partie, p. 27

Les nombres négatifs

Les nombres négatifs n'arrivent dans le programme actuel qu'en cinquième. Ils ne semblent pas poser de difficulté insurmontable, les enfants étant habitués à l'échelle des températures. Ils ont pourtant très longtemps suscité la méfiance des mathématiciens[19], même lorsqu'ils les utilisaient : Chuquet et Stifel refusaient d'admettre comme solutions ces « nombres absurdes ». Cardan, dans sa résolution de l'équation du troisième degré, se sentait par exemple obligé de distinguer $x^3 = px + q$ de $x^3 + px = q$ ($p > 0, q > 0$).

Descartes lui-même considérait encore comme « fausses » les racines « moindres que rien » (c'est-à-dire négatives) d'une équation, comme le montre cet extrait[20] de *La Géométrie* (p. 372). Un témoignage encore plus surprenant de ce refus du négatif est cette phrase de Pascal dans les *Pensées* : « trop de vérité nous étonne (j'en sais qui ne peuvent comprendre que qui de zéro ôte quatre reste zéro) » (p. 1109 du *Pascal* de la Pléiade).

> Mais ſouuent il arriue, que quelques vnes de ces racines ſont fauſſes, ou moindres que rien. comme ſi on ſuppoſe que x deſigne auſſy le defaut d'vne quantité,

Il fallut attendre la génération suivante, avec Leibniz (1646-1716), pour que les nombres négatifs soient considérés comme aussi naturels que les autres.

La racine carrée

Fibonacci utilisait comme symbole de la racine carrée un R majuscule barré en diagonale, qui fut repris par la suite par beaucoup de mathématiciens. Ce fut Christoff Rudolff qui, dans *Die Coss*[21] (1525), introduisit le symbole actuel[22], mais sans la barre supérieure : √2 et non $\sqrt{2}$. La notation actuelle remonte à *La Géométrie* de Descartes (1637).

---

(19) Sauf bien sûr dans les ouvrages de comptabilité.

(20) Dans le texte de Descartes, « défaut » doit être entendu au sens de « manque ».

(21) Le titre complet est *Behend und hübsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre, so gemeincklich die Coss genennt werden*. Ach so !

(22) Selon Euler, ce symbole viendrait du « r » initial de *radix*, terme latin pour racine.

En vrac : quelques autres notations utilisées au collège

• **π** : Quelques mathématiciens du XVII^{e} siècle utilisaient les lettres π pour le périmètre du cercle (περιμετρος) et δ pour son diamètre (διαμετρος) ; ce que nous appelons π s'écrivait donc $\frac{\pi}{\delta}$. L'introduction de π au sens actuel est due à l'obscur William Jones, dans un manuel de 1706, mais ce fut Euler qui le premier, à partir de 1736, utilisa systématiquement cette notation. On doit d'ailleurs à Euler bon nombre de notations mathématiques modernes, que son exceptionnel prestige contribua puissamment à diffuser.

• Les « **deux points** » de la division furent introduits en 1684 par Leibniz dans un article des *Acta eruditorum*. Voici ce qu'il écrit :
« ... divisionem hic designare hoc modo : $x : y$ quod idem est ac x divis. per y seu $\frac{x}{y}$. » Autrement dit : « ... désigner ici la division comme suit : $x : y$ ce qui est la même chose que x divis. par y ou $\frac{x}{y}$.»

Quant au symbole $\div$, il est apparu en 1659 sous la plume du Suisse Johann Rahn, dans sa *Teutsche Algebra*, mais il a prospéré en Angleterre, puis dans l'ensemble des pays anglophones avant de nous être imposé par les calculatrices.

• **%** : Le mot « pourcentage » lui-même ne date que de 1874. Mais il y avait déjà belle lurette que les taux d'intérêt étaient calculés en centièmes. Les premières abréviations de « pour cent » dérivaient de l'italien *per cento* : p. cento, per 100, p 100.
Rien de surprenant à cette origine transalpine : les banquiers lombards, dès le Moyen Âge, prêtaient à toute l'Europe.

> L'intérêt est compté à tant pour cent ; le *taux* est l'intérêt que produiraient 100 francs au bout d'un an. Par exemple, quand on dit qu'une somme est prêtée à 5 pour 100, 6 pour 100, ce qu'on écrit ainsi : 5 %, 6 %, cela signifie que l'intérêt annuel de 100 francs serait 5 francs, 6 francs.
> La loi n'autorise pas un taux supérieur à 6 % dans les affaires commerciales, et à 5 % dans les autres.

L'*Arithmétique pratique* d'Aubanel (1842) écrit « P. $\frac{\text{o}}{\text{o}}$ » et l'*Arithmétique usuelle des villes et des campagnes*, de 1854, écrit « pour cent » en toutes lettres, alors qu'en 1869, la notation % est présente dans le *Traité d'Arithmétique commerciale de Bovier-Lapierre* (ci-dessus).

La forme actuelle pourrait donc dater du milieu du XIX^{e} siècle.

$$\boxed{6. \quad a \in N \,.\, \text{Ɔ} \,.\, a+1 \in N.}$$

• $\in$: Le symbole fut introduit par Peano dans ses *Arithmetices principia* de 1889.

Contrairement à ce qui est souvent affirmé, il y est bien écrit $\in$ et non ε (ci-contre l'axiome 6 de la construction des entiers naturels, page 1 du livre).

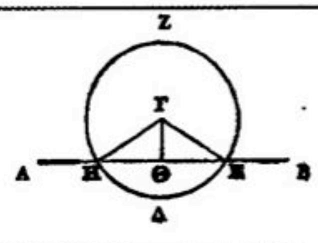
• ≈ : La forme indiquée par nos programmes pour l'égalité approchée n'est pas la seule encore utilisée. On trouve aussi plus rarement ≃ et ≅. Japonais et Coréens écrivent ≒ (et à l'occasion ≓). Dans le passé, on trouvait # et ~ ; cette dernière écriture a pris maintenant un autre sens.

3. Géométrie et trigonométrie

• Les notations courantes des figures géométriques ont peu évolué depuis la Grèce antique, comme le montre l'exemple ci-dessous.

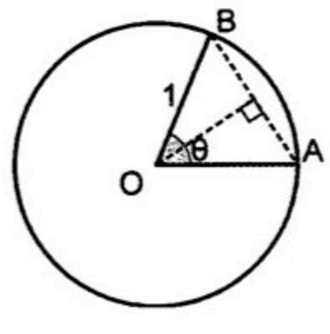
Construction de la perpendiculaire issue d'un point à une droite
(*Éléments* d'Euclide, livre I, proposition 12)

Les lettres qui figurent sont les premières lettres de l'alphabet grec : Α Β Γ Δ Ε Ζ Η Θ, les données étant figurées par les premières d'entre elles : A et B pour la droite, Γ pour le point.



• **Les notations [AB], (AB), [AB)** qui ornent nos programmes et nos manuels sont des acquisitions récentes, qui ne semblent pas être internationalement admises, ce qui ne veut aucunement dire qu'elles soient sans intérêt. Resterait à trouver leur date d'arrivée.

• **Le degré** (μοιρα en grec, *gradus* en latin) était déjà connu des astronomes grecs. Pendant des siècles, pour 30° on a écrit 30 grad. ou 30 gr., voire 30g., le g pouvant être majuscule. C'est à la fin du XVI^e^ siècle qu'est apparue la notation moderne. Elle fut adoptée par Tycho Brahé (1573), puis Kepler (1604) et bien d'autres, mais il fallut près d'un siècle pour résorber les dernières poches de résistance.



• **sinus, cosinus, tangente** : L'Antiquité gréco-romaine utilisait une seule fonction trigonométrique, la ***corde*** (sur la figure, la corde de l'angle θ est $AB = 2\sin\frac{\theta}{2}$). Le sinus lui-même remonte à l'Inde du V^e siècle (ainsi que le cosinus). Il fut importé ensuite par les Arabes, qui dressèrent notamment, en vue de l'astronomie, des tables des sinus et des tangentes.

Lorsque Gérard de Crémone, au XII^e siècle, traduisit en latin les textes arabes, il confondit(23) le mot correct, *jiba*, avec le mot *jaib* ; c'est de cette erreur que naquit le terme « sinus » (sein en français). On aurait donc tort de croire que ce nom est dû à la forme sinueuse de la courbe qui représente la fonction.

La formule $\cos x = \sin(90° - x)$ fit que le cosinus fut longtemps un peu négligé. Le mot *cosinus* est une abréviation de *complementi sinus* (sinus du complémentaire). Il fut introduit en 1624 par Edmund Gunter, qui, en dépit de son nom, n'était pas allemand, mais gallois.

(23) Confusion compréhensible : l'écriture arabe omet la plupart des voyelles.

Quant au mot *tangente*, il semble remonter à 1583 et à l'Allemand Thomas Finck, à qui l'on doit aussi les abréviations sin. A et tan. A (mais il écrivait sin.comp. A pour cos A).

Les notations mirent un temps considérable à se fixer, ce qui se fit en grande partie sous l'influence d'Euler, qui dès 1748 écrivait sin. A, cos. A, tang. A. En 1811, Poisson utilisait les mêmes écritures, moins le « g » de tang. La notation tg A, qui demeura la notation de règle en France jusqu'à l'apparition des calculatrices, apparaît en 1827 chez Steiner et chez Jacobi.

Conclusion

Est-il souhaitable de donner à nos classes une idée d'évolutions aussi complexes ? Sur un point au moins je pense que oui. Trop d'élèves renâclent devant l'apprentissage du langage algébrique, qu'ils considèrent comme un vain charabia. Leur faire sentir l'ampleur et la nécessité du mouvement qui a mené des écritures « rhétoriques » à ces formules modernes qu'on peut saisir d'un seul coup d'œil pourrait sans doute aider à débloquer la situation(24).

Références

[1] CAJORI, Florian, *A History of Mathematical Notations*, 1928. Ce monument presque centenaire reste la référence de base. C'est un gigantesque fouillis, mais la table des matières est bien faite (pages 7-16 pour le tome 1, pages 471-478 pour le tome 2).

http://monoskop.org/images/2/21/Cajori_Florian_A_History_of_Mathematical_Notations_2_Vols.pdf

[2] *Earliest Uses of Various Mathematical Symbols*.
Ce site donne un aperçu sommaire de l'évolution des notations les plus courantes.

http://jeff560.tripod.com/mathsym.html

---

(24) Voir dans le B.V. n° 518 l'article « La langue des calculs » déjà cité.