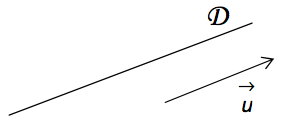
# REPÉRAGE

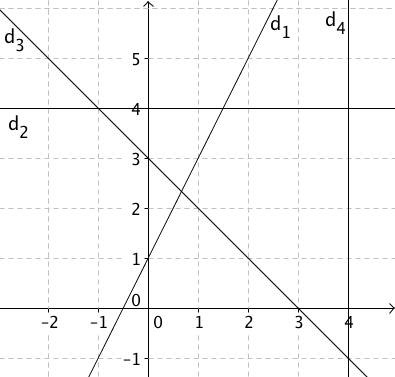
* 1. Vecteur directeur d’une droite

Définition :   
*D* est une droite du plan.

On appelle vecteur directeur de *D* tout vecteur non nul qui

possède la même direction que la droite *D.*

Méthode : Déterminer graphiquement un vecteur directeur d’une droite



 **Vidéo** [**https://youtu.be/6VdSz-0QT4Y**](https://youtu.be/6VdSz-0QT4Y)

Soit un repère du plan.

Donner des vecteurs directeurs des

droites d1, d2, d3 et d4.

Pour d1 : , ou encore .

Pour d2 :

Pour d3 :

Pour d4 : ou encore .

* 1. Équation cartésienne d'une droite

Théorème et définition :

Toute droite *D* admet une équation de la forme avec .

Un vecteur directeur de *D* est .

Cette équation est appelée **équation cartésienne** de la droite *D*.

Démonstration :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/GVDUrdsRUdA**](https://youtu.be/GVDUrdsRUdA)

Soit un point de la droite *D* et un vecteur directeur de *D*.

Un point M(*x* ; *y*) appartient à la droite *D* si et seulement si les vecteurs et sont colinéaires, soit soit encore .

Donc :

Cette équation peut s'écrire : avec et et .

Les coordonnées de sont donc .

Exemple :

Soit une droite *d* d'équation cartésienne .

Alors le vecteur de coordonnées (5 ; 4) est un vecteur directeur de *d*.

Théorème réciproque :

L'ensemble des points M(*x* ; *y*) tels que avec est une droite *D* de vecteur directeur .

*- Admis -*

Méthode : Déterminer une équation cartésienne de droite à partir d'un point et d'un vecteur directeur

 **Vidéo** [**https://youtu.be/rLxQIbQkPsQ**](https://youtu.be/rLxQIbQkPsQ)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/NosYmlLLFB4**](https://youtu.be/NosYmlLLFB4)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/i5WD8IZdEqk**](https://youtu.be/i5WD8IZdEqk)

On considère un repère du plan.

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite *d* passant par le point *A*(3 ; 1) et de vecteur directeur (–1 ; 5).

2) Déterminer une équation cartésienne de la droite *d'* passant par les points *B*(5 ; 3) et *C*(1 ; –3).

1) Soit un point *M*(*x* ; *y*) de la droite *d*.

Les vecteurs et sont colinéaires, soit soit encore .

Donc : .

Ou encore : .

Une équation cartésienne de *d* est : .

Remarque :

Une autre méthode consiste à appliquer directement le premier théorème énoncé plus haut.

Ainsi, comme (–1 ; 5) est un vecteur directeur de *d*, une équation de *d* est de la forme :

.

Pour déterminer *c*, il suffit de substituer les coordonnées de *A* dans l'équation.

2) *B* et *C* appartiennent à *d’* donc est un vecteur directeur de *d'*.

On a : .

Une équation cartésienne de *d'* est de la forme : .

*B*(5 ; 3) appartient à *d'* donc : –6 x 5 + 4 x 3 + *c* = 0 donc *c* = 18.

Une équation cartésienne de *d'* est : ou encore .

**Tracer une droite dans un repère :**

 **Vidéo** [**https://youtu.be/EchUv2cGtzo**](https://youtu.be/EchUv2cGtzo)

* 1. Équation réduite d'une droite

1) De l’équation cartésienne à l’équation réduite

* Si , alors l'équation cartésienne de la droite *D* peut être ramenée à une équation réduite . Et on note et .

Vocabulaire : - *m* est appelé la **pente** ou le **coefficient directeur** de la droite *D*.

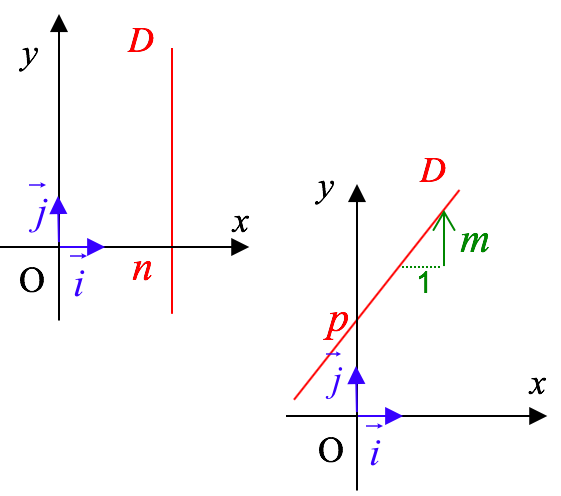
- *p* est appelé l’**ordonnée à l’origine** de la droite *D*.

Remarque : Dans l’équation réduite, on retrouve l’expression d’une fonction affine.

* Si , alors l'équation cartésienne de la droite *D* peut être ramenée à l’équation réduite . Dans ce cas, la droite *D* est parallèle à l’axe des ordonnées.

Exemple : Soit *d* dont une droite d'équation cartésienne .

Son équation réduite est .

Propriété :

Soit un repère du plan.Soit *D* une droite du plan.

- Si *D* est parallèle à l’axe des ordonnées :

alors l’équation de *D* est de la forme *x = n*,

où *n* est un nombre réel.

- Si *D* n’est pas parallèle à l’axe des ordonnées :

alors l’équation de *D* est de la forme *y = mx + p*,

où *m* et *p* sont deux nombres réels.

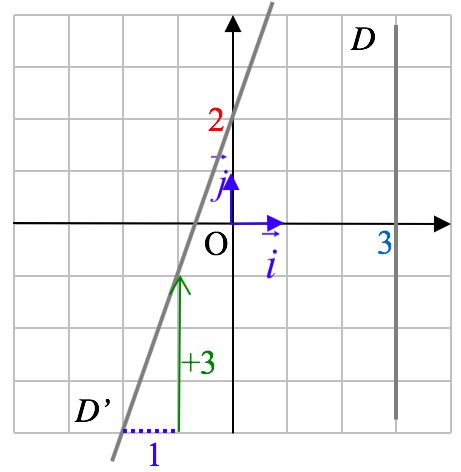
Exercice : Donner le coefficient directeur et l’ordonnée à l’origine de chacune des droites d’équations : a) b) c)

1. Coefficient directeur : –2 b) Coefficient directeur : 0

Ordonnée à l’origine : 3 Ordonnée à l’origine : 5

1. L’équation peut s’écrire :

Coefficient directeur : –2

 Ordonnée à l’origine :

Exemples :

La droite *D* a pour équation *x =* 3

La droite *D’* a pour équation *y =* 3*x +* 2.

Son ordonnée à l’origine est 2 et son coefficient directeur est +3.

Méthode : Représenter graphiquement une droite d’équation réduite donnée

 **Vidéo** [**https://youtu.be/cUdhxkaTqqk**](https://youtu.be/cUdhxkaTqqk)

Soit un repère du plan.

Dans ce repère, tracer les droites *d1, d2* et *d3* d’équations réduites respectives :

*y =* 2*x +* 3,

*y =* 4,

*x =* 3*.*

- La droite *d1* d’équation *y =* 2*x +* 3 a pour ordonnée à l’origine 3. Donc le point A de coordonnée appartient à la droite *d1.*

Soit B le point d’abscisse –2 appartenant à la droite *d1.* Les coordonnées de B vérifient l’équation de *d1*, donc :

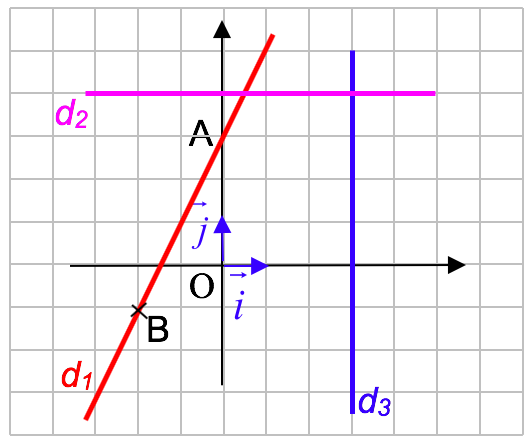
*yB =* 2x(–2) + 3 = –1.

Le point B de coordonnées appartient à la droite *d1.*

On peut ainsi tracer la droite *d1* passant par A et B.

- La droite *d2* d’équation *y =* 4 est l’ensemble des points dont l’ordonnée est égale à 4. La droite *d2* est donc la droite parallèle à l’axe des abscisses coupant l’axe des ordonnées au point de coordonnées .

Pour tracer la droite *d2*, on aurait également pu remarquer que son coefficient directeur est nul.

- La droite *d3* d’équation *x =* 3 est l’ensemble des points dont l’abscisse est égale à 3. La droite *d3* est donc la droite parallèle à l’axe des

ordonnées coupant l’axe des abscisses au point de

coordonnées .

Propriété réciproque :

Soit un repère du plan et *m, p, n* trois nombres réels, *m* étant non nul.

L’ensemble des points M du plan dont les coordonnées sont tels que :

*y = mx + p* ou *x = n*, est une droite.

Méthode : Vérifier si un point appartient à une droite d’équation donnée

 **Vidéo** [**https://youtu.be/XA0YajthETQ**](https://youtu.be/XA0YajthETQ)

Soit un repère du plan.

Les points A et B appartiennent-ils à la droite *d* d’équation ?

- Dire que le point A appartient à la droite *d* d’équation revient à dire que les coordonnées de A vérifient l’équation de la droite *d*.

Ce qui n’est pas le cas, puisque 42 ≠ 7 x 6,4 – 3 = 41,8.

Le point A n’appartient donc pas à la droite *d*.

- Les coordonnées de B vérifient l’équation de la droite *d*. En effet :

2419 = 7 x 346 – 3 donc le point B appartient à la droite *d*.

Remarque : Pour démontrer que 3 points A, B et C sont alignés, il suffit de montrer par exemple que le point A vérifie l’équation de la droite (BC).

**Passer d’une équation cartésienne à l’équation réduite et réciproquement :**

 **Vidéo** [**https://youtu.be/XA0YajthETQ**](https://youtu.be/XA0YajthETQ)

2) Pente d’une droite

Propriété :

Si A et B sont deux points distincts d’une droite *D* tel que alors la droite *D* a pour pente (ou coefficient directeur) *m* = .

Méthode : Déterminer une équation réduite de droite dont on connaît deux points

 **Vidéo** [**https://youtu.be/tfagLy6QRuw**](https://youtu.be/tfagLy6QRuw)

Soit un repère du plan.

Soit A et B deux points d’une droite *d*.

Déterminer une équation de la droite *d*.

Les points A et B sont d’abscisses différentes donc la droite *d* n’est pas parallèle à l’axe des ordonnées. Elle est donc de la forme *y = mx + p*, où *m* et *p* sont deux nombres réels.

Le coefficient directeur de *d* est *m* = = –6.

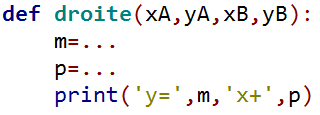
L’équation de *d* est donc de la forme : *y =* –6*x + p*

Comme A appartient à la droite *d*, ses coordonnées vérifient l’équation de *d* soit :

–1 = –6 x 4 + *p*. D’où *p* = –1 + 6 x 4 = 23

Une équation de *d* est donc : *y = –* 6*x +* 23*.*

**ALGORITHME**

****TP avec Python : Déterminer une équation de droite passant par deux points donnés

[*https://www.maths-et-tiques.fr/telech/Algo\_EqDroite.pdf*](https://www.maths-et-tiques.fr/telech/Algo_EqDroite.pdf)

* 1. Position relative de deux droites

1) A partir l’aide de l’équation cartésienne

Propriété :

Soit un repère du plan.

Dire que *D* et *D’* sont parallèles entre-elles équivaut à dire qu’elles ont des vecteurs directeurs colinéaires.

Méthode : Démontrer que deux droites sont parallèles

 **Vidéo** [**https://youtu.be/NjsVdVolhvU**](https://youtu.be/NjsVdVolhvU)

Démontrer que les droites *d1* et *d2* d’équations respectives 6*x –* 10*y –* 5 *=* 0 et

*–*9*x +* 15*y =* 0sont parallèles.

Le vecteur est un vecteur directeur de la droite *d1*.

Le vecteur est un vecteur directeur de la droite *d2*.

Calculons  :

Donc et sont colinéaires et donc les droites *d1* et *d2* sont parallèles.

2) A l’aide de l’équation réduite

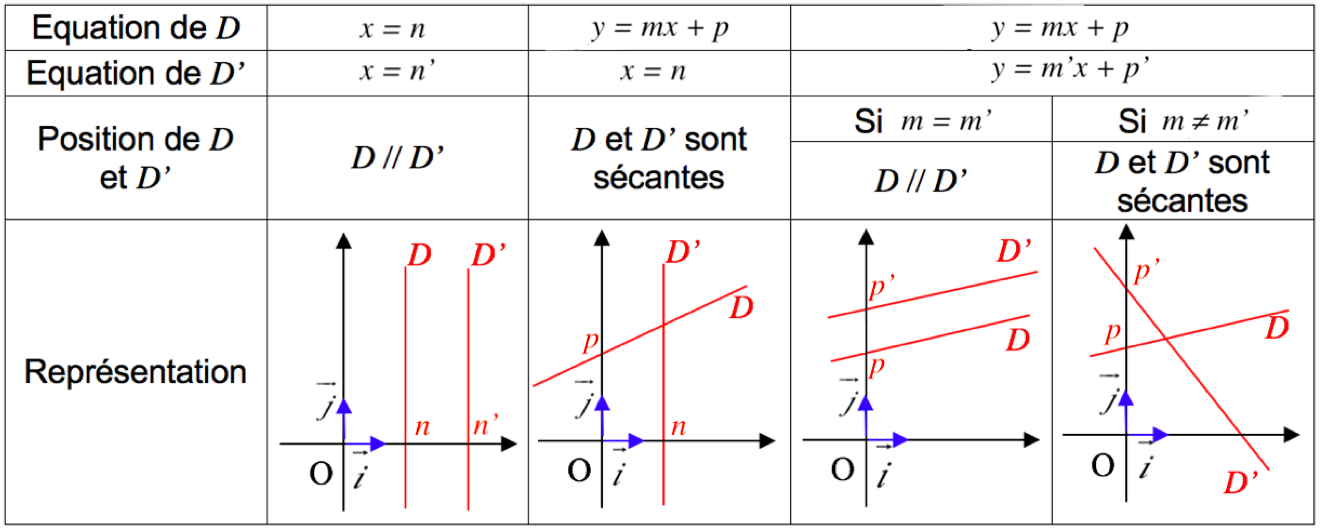
Propriété :

Soit un repère du plan.

Soit *D* et *D’* deux droites non parallèles à l’axe des ordonnées.

Dire que *D* et *D’* sont parallèles entre-elles équivaut à dire qu’elles ont le même coefficient directeur.

Tableau récapitulatif :



 **Vidéo** [**https://youtu.be/gTUPGw7Bulc**](https://youtu.be/gTUPGw7Bulc)

Exemples :

Dans un repère du plan, *d1, d2* et *d3* admettent pour équations respectives :

*y =* 3*x +* 4, *y =* 3*x +* 9, *x =* 8

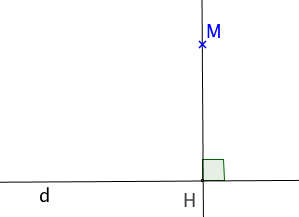
Les droites *d1* et *d2* sont parallèles car elles ont un coefficient directeur égal à 3.

Les droites *d1* et *d3* sont sécantes.

* 1. Projeté orthogonal d’un point sur une droite

Définition : Soit une droite *d* et un point M du plan.

Le projeté orthogonal du point M sur la droite *d* est le point d'intersection H de la droite *d* avec la perpendiculaire à *d* passant par M.



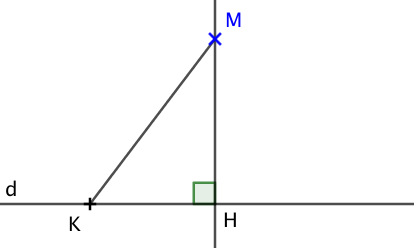
Propriété : Le projeté orthogonal du point M sur la droite *d* est le point de la droite *d* le plus proche du point M.

Démonstration :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/DohZ0ehR\_rw**](https://youtu.be/DohZ0ehR_rw)

Soit H le projeté orthogonal du point M sur la droite d.

Supposons qu’il existe un point K de la droite *d* plus proche de M que l’est le point H.



car K est le point de la droite le plus proche de M.

Donc .

Or, d’après l’égalité de Pythagore, on a :

Donc .

Donc . Ce qui est impossible sauf dans le cas où le point K est le point H.

On en déduit que H est le point de la droite le plus proche du point M.

Méthode : Démontrer que

 **Vidéo** [**https://youtu.be/9r2qDd7EkMo**](https://youtu.be/9r2qDd7EkMo)

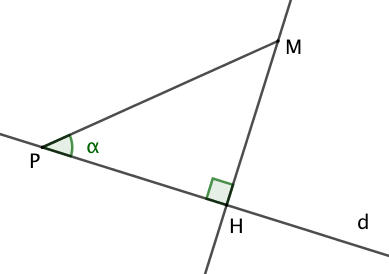
Soit une droite *d* et un point P appartenant à *d*.

Soit un point M n’appartenant pas à *d*.

On appelle H le projeté orthogonal du point M sur la droite *d*.

On note 𝛂 l’angle .

Démontrer que .



Le triangle PHM est rectangle en H, on a donc : soit .

De même, on a : soit .

D’après le théorème de Pythagore, on a :

Soit en remplaçant :

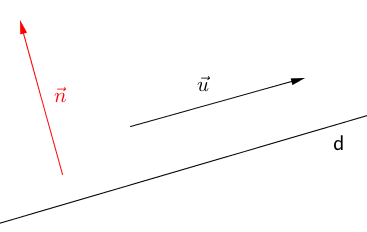
Soit encore :

Soit enfin, en simplifiant : .

VI. Équation de droite de vecteur normal donné

Définition : Soit une droite *d*.

On appelle **vecteur normal** à une droite *d*, un vecteur non nul orthogonal à un vecteur directeur de *d*.



Exemple :

Soit la droite *d* d'équation cartésienne .

Un vecteur directeur de *d* est : .

Un vecteur normal de *d* est tel que :

Soit : .

*a* = –2 et *b* = 3 conviennent, ainsi le vecteur est un vecteur normal de *d*.

Propriétés : - Une droite de vecteur normal admet une équation cartésienne de la forme où *c* est un nombre réel à déterminer.

- Réciproquement, la droite *d* d'équation cartésienne admet le vecteur pour vecteur normal.

Démonstrations :

- Soit un point A de la droite *d*.

M est un point de *d* si et seulement si et sont orthogonaux.

Soit :

Soit encore :

.

- Si est une équation cartésienne de *d* alors est un vecteur directeur de *d*.

Le vecteur vérifie : . Donc les vecteurs et sont orthogonaux.

Méthode : Déterminer une équation de droite connaissant un point et un vecteur normal

 **Vidéo** [**https://youtu.be/oR5QoWCiDIo**](https://youtu.be/oR5QoWCiDIo)

Dans un repère orthonormé du plan, on considère la droite *d* passant par le point et dont un vecteur normal est le vecteur .

Déterminer une équation cartésienne de la droite *d*.

Comme est un vecteur normal de *d*, une équation cartésienne de *d* est de la forme

Le point appartient à la droite *d*, donc : et donc :

.

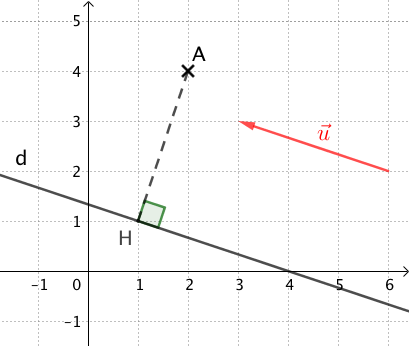
Une équation cartésienne de *d* est : .

* Méthode : Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d’un point sur une droite

 **Vidéo** [**https://youtu.be/-HNUbyU72Pc**](https://youtu.be/-HNUbyU72Pc)

Soit la droite *d* d’équation et le point A de coordonnées (2 ; 4).

Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal de A sur la droite *d*.

- On commence par déterminer une équation de la droite (AH) :

Comme *d* et (AH) sont perpendiculaires, un vecteur directeur de *d* est un vecteur normal de (AH).

Une équation cartésienne de *d* est , donc le vecteur est un vecteur directeur de *d*.

Et donc est un vecteur normal de (AH).

Une équation de (AH) est de la forme

.

Or, le point A(2 ; 4) appartient à (AH), donc ses coordonnées vérifient l’équation de la droite.

On a : soit .

Une équation de (AH) est donc : .

- H est le point d’intersection de *d* et (AH), donc ses coordonnées vérifient les équations des deux droites. Résolvons alors le système :

soit soit encore

soit enfin  et donc

Le point H, projeté orthogonal de A sur la droite *d*, a pour coordonnées (1 ; 1).

VII. Équations de cercle

Propriété : Une équation du cercle de centre et de rayon *r* est :

Éléments de démonstration :

Tout point appartient au cercle de centre et de rayon *r* si et seulement .

Méthode : Déterminer une équation d'un cercle

 **Vidéo** [**https://youtu.be/Nr4Fcr-GhXM**](https://youtu.be/Nr4Fcr-GhXM)

Dans un repère orthonormé du plan, on considère le cercle *C* de centre et passant par le point .

Déterminer une équation du cercle *C*.

Commençons par déterminer le carré du rayon du cercle *C* :

Une équation cartésienne du cercle *C* est alors : .

Méthode : Déterminer les caractéristiques d'un cercle

 **Vidéo** [**https://youtu.be/nNidpOAhLE8**](https://youtu.be/nNidpOAhLE8)

Dans un repère orthonormé du plan, on considère l'ensemble *Ε* d'équation :

. Démontrer que l'ensemble *Ε* est un cercle dont on déterminera les caractéristiques (centre, rayon).

L'ensemble *Ε* est le cercle de centre le point de coordonnées (1 ; 5) et de rayon 3.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)