

POURCENTAGES

I. Evolution exprimée en pourcentage

1) Calculer une évolution

Propriétés et définition :

- Augmenter une valeur de t % revient à la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$.
- Diminuer une valeur de t % revient à la multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.
- $1 + \frac{t}{100}$ et $1 - \frac{t}{100}$ sont appelés les coefficients multiplicateurs.

Démonstration pour l'augmentation :

Si on augmente une valeur V_0 de t % alors sa valeur V_1 après augmentation est égale à :

$$V_1 = V_0 + V_0 \times \frac{t}{100} = V_0 \left(1 + \frac{t}{100} \right).$$

Exemples :

▶ Vidéo <https://youtu.be/UVXFEDUnSjl>

▶ Vidéo <https://youtu.be/-5QmcMuzy5I>

- Le prix d'un survêtement est de 49€. Il augmente de 8%.

Son nouveau prix est égal à $\left(1 + \frac{8}{100} \right) \times 49 = 1,08 \times 49 = 52,92\text{€}$.

- Le prix d'un polo est de 21€. Il diminue de 12%.

Son nouveau prix est égal à $\left(1 - \frac{12}{100} \right) \times 21 = 0,88 \times 21 = 18,48\text{€}$.

Schéma :

49 augmenté de 8% → 52,92



$$\times \left(1 + \frac{8}{100} \right)$$

21 diminué de 12% → 18,48



$$\times \left(1 - \frac{12}{100} \right)$$

2) Calculer un taux d'évolution

Définition : On considère une valeur V_0 qui subit une évolution pour arriver à une valeur V_1 .

Le taux d'évolution est égal à : $t = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$.

En pourcentage, le taux d'évolution est égal à : $t(\%) = 100 \times \frac{V_1 - V_0}{V_0}$.

Remarque :

Si $t > 0$, l'évolution est une augmentation.

Si $t < 0$, l'évolution est une diminution.

Exemple :

 **Vidéo** <https://youtu.be/Y48-iK7Cp20>

La population d'un village est passé de 8500 à 10400 entre 2008 et 2012.
Calculer le taux d'évolution de la population en %.

$$t = 100 \times \frac{10400 - 8500}{8500} \approx 22,4\%$$

II. Evolutions successives, évolution réciproque

Remarque préliminaire :

Une hausse de t % suivie d'une baisse de t % ne se compensent pas.

Par exemple, si une grandeur N subit une augmentation de 10% suivie d'une diminution de 10% alors elle subit une diminution de 1%.

$$\text{En effet, } N \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = N \times 1,1 \times 0,9 = N \times 0,99 = N \times \left(1 - \frac{1}{100}\right).$$

1) Evolutions successives

Propriété : Si une grandeur subit des évolutions successives alors le coefficient multiplicateur global est égal aux produits des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Méthode : Déterminer un taux d'évolution global

 **Vidéo** <https://youtu.be/qOg2eXd8Hv0>

En 2010, la boulangerie-pâtisserie *Aux délices* a augmenté ses ventes de 10%. En 2011, elle a diminué ses ventes de 5%.
Calculer le taux d'évolution des ventes sur les deux années.

Le coefficient multiplicateur correspondant à l'augmentation en 2010 est égal à :

$$1 + \frac{10}{100}.$$

Le coefficient multiplicateur correspondant à la diminution en 2011 est égal à :

$$1 - \frac{5}{100}.$$

Le coefficient multiplicateur sur les deux années est égal à :

$$\left(1 + \frac{10}{100}\right) \times \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 1,1 \times 0,95 = 1,045 = 1 + \frac{4,5}{100}.$$

Le taux d'évolution des ventes sur les deux années est donc égal à 4,5 %.

2) Evolution réciproque

Définition : On considère le taux t d'évolution de la valeur V_0 à la valeur V_1 .
On appelle **évolution réciproque** le taux t' d'évolution de la valeur V_1 à la valeur V_0 .

Propriété : On considère le taux t d'évolution de la valeur V_0 à la valeur V_1 .
L'évolution réciproque possède un coefficient multiplicateur inverse de l'évolution directe.

Démonstration :

Si on augmente une valeur V_0 de t % alors sa valeur V_1 après augmentation est égale à :

$$V_1 = V_0 \left(1 + \frac{t}{100}\right) \text{ et donc : } V_0 = V_1 \frac{1}{1 + \frac{t}{100}}.$$

L'évolution réciproque a donc pour coefficient multiplicateur $\frac{1}{1 + \frac{t}{100}} = \frac{100}{100 + t}$.

Méthode : Déterminer un taux d'évolution réciproque

 **Vidéo** <https://youtu.be/NiCxHYkpNiM>

- 1) Un magasin a des ventes en diminution de 8% sur l'année 2011.
Quel devrait être le pourcentage d'évolution sur l'année 2012 pour que les ventes retrouvent leur valeur initiale ?
- 2) La population d'un village a augmenté de 3% sur une année puis retrouve sa valeur initiale l'année suivante.
Quel est le pourcentage de baisse sur la 2^e année ?

1) Le coefficient multiplicateur correspondant à la diminution de 8 % est égal à :

$$1 - \frac{8}{100} = 0,92.$$

Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est égal à :

$$\frac{1}{0,92} \approx 1,087 = 1 + \frac{8,7}{100}.$$

Pour que les ventes retrouvent leur valeur initiale, il faudrait qu'elles augmentent d'environ 8,7 % sur l'année 2012.

2) Le coefficient multiplicateur est égal à $1 + \frac{3}{100} = 1,03$.

Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est égal à :

$$\frac{1}{1,03} \approx 0,971 = 1 - 0,029 = 1 - \frac{2,9}{100}.$$

Sur la 2^e année, la population diminue de 2,9%.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales