

FONCTIONS POLYNOMES

(Partie 1)

I. Fonctions polynômes du second degré

Méthode : Étudier les variations d'une fonction polynôme du second degré

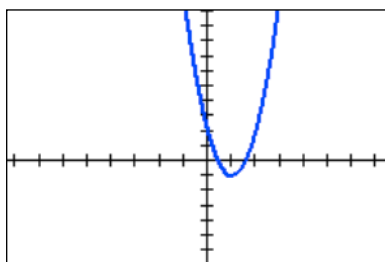
▶ Vidéo <https://youtu.be/EXTobPZzORo>

▶ Vidéo <https://youtu.be/zxyKLqnIMk>

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 - 6x + 2$.

- 1) Calculer la fonction dérivée de f .
- 2) Déterminer le signe de f' en fonction de x .
- 3) Dresser le tableau de variations de f .

Avant tout, il est utile de tracer la courbe représentative de la fonction f à l'aide de la calculatrice. Cela permettra de vérifier au fur et à mesure les résultats.



1) On a : $f'(x) = 3 \times 2x - 6 = 6x - 6$.

2) On commence par résoudre l'équation $f'(x) = 0$:

Soit : $6x - 6 = 0$

Donc $6x = 6$ et $x = \frac{6}{6} = 1$.

On dresse alors le tableau de signe de f' :

| | | | |
|------------------|-----------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x) = 6x - 6$ | | \ominus | $+$ |

Si $f(x) = ax^2 + bx + c$
Alors $f'(x) = 2ax + b$

3) On dresse alors le tableau de variations :

| | | | |
|------|-----------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
| f' | | \ominus | $+$ |
| f | | | |

Théorème :

- Si $f'(x) \geq 0$, alors f est croissante.
- Si $f'(x) \leq 0$, alors f est décroissante.

En effet : $f(1) = 3 \times 1^2 - 6 \times 1 + 2 = -1$.

La fonction f admet un minimum égal à -1 en $x = 1$.

II. Fonctions polynômes du troisième degré

Méthode : Étudier les variations d'une fonction polynôme du troisième degré

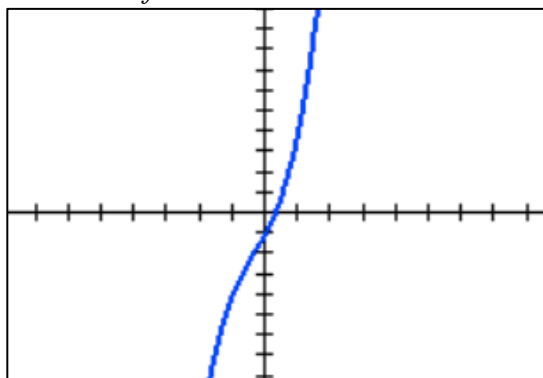
 Vidéo https://youtu.be/23_Ba3N0fu4

EXEMPLE 1

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + x^2 + 3x - 1$.

- 1) Calculer la fonction dérivée de f .
- 2) Déterminer le signe de f' en fonction de x .
- 3) Dresser le tableau de variations de f .

On trace la courbe de la fonction f à l'aide de la calculatrice :



1) On a : $f'(x) = 3x^2 + 2x + 3$.

Si $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
Alors $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

2) On commence par résoudre l'équation $f'(x) = 0$:

Le discriminant du trinôme $3x^2 + 2x + 3$ est égal à $\Delta = 2^2 - 4 \times 3 \times 3 = -32$

$\Delta < 0$ donc l'équation $f'(x) = 0$ ne possède pas de solution.

Le coefficient de x^2 , égal à 3, est positif, donc la parabole est tournée dans le sens « cuvette ». La dérivée est donc positive pour tout x .

| | | |
|-------------------------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | $+\infty$ |
| $f'(x) = 3x^2 + 2x + 3$ | + | |



3) On dresse alors le tableau de variations :

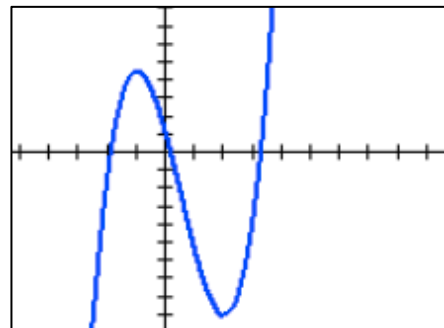
| | | |
|---------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | + | |
| f | | |

EXEMPLE 2

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 1,5x^2 - 6x + 1$.

- 1) Calculer la fonction dérivée de f .
- 2) Déterminer le signe de f' en fonction de x .
- 3) Dresser le tableau de variations de f .

On trace courbe de la fonction f à l'aide de la calculatrice :



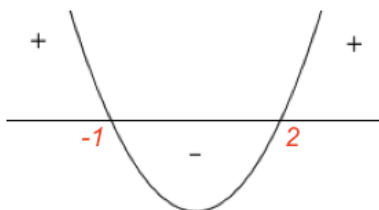
1) On a : $f'(x) = 3x^2 - 1,5 \times 2x - 6 = 3x^2 - 3x - 6$.

2) On commence par résoudre l'équation $f'(x) = 0$:

Le discriminant du trinôme $3x^2 - 3x - 6$ est égal à $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 3 \times (-6) = 81$

L'équation possède deux solutions : $x_1 = \frac{3 - \sqrt{81}}{2 \times 3} = -1$ et $x_2 = \frac{3 + \sqrt{81}}{2 \times 3} = 2$

Le coefficient de x^2 , égal à 3, est positif, donc la parabole est tournée dans le sens « cuvette ». La dérivée est donc positive à l'extérieur de ses racines -1 et 2.



| | | | | | |
|-------------------------|-----------|----|---|---|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x) = 3x^2 - 3x - 6$ | + | ⊖ | - | ⊖ | + |

3) On en déduit le tableau de variations de f :

| | | | | | |
|---------|-----------|-------|---|----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | + | ⊖ | - | ⊖ | + |
| f | | ↗ 4,5 | ↘ | -9 | ↗ |

En effet, $f(-1) = (-1)^3 - 1,5 \times (-1)^2 - 6 \times (-1) + 1 = 4,5$ et $f(2) = 2^3 - 1,5 \times 2^2 - 6 \times 2 + 1 = -9$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales