

# ETUDES DE FONCTIONS

## Problème 1 : Guidé !

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 9}$ .

### 1) Variations de la fonction

a) Vérifier que :  $f'(x) = \frac{2(3+x)(3-x)}{(x^2+9)^2}$ .

b) Etudier le signe de  $f'$  sur  $\mathbb{R}$ . On pourra s'aider d'un tableau de signes.

c) En déduire les variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ . On présentera les résultats dans un tableau de variations.

### 2) Limites aux bornes

a) Calculer les limites de la fonction  $f$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$ . Compléter les résultats dans le tableau de variations de la question 1c.

b) En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe dont on donnera l'équation.

### 3) Tangentes à la courbe

a) Donner les équations de tangentes horizontales à la courbe. Pour chacune d'elles, on précisera en quel point.

b) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe en 0.

c) Simplifier l'expression  $f(x) - \frac{2}{9}x$  et en déduire la position relative de la tangente en 0 avec la courbe de la fonction  $f$ .

### 4) Représentation graphique

a) Tracer dans un repère, l'asymptote et les trois tangentes déterminées dans les questions précédentes.

b) Tracer dans le même repère, une représentation graphique de la fonction  $f$  en s'appuyant sur ces droites particulières et s'aidant du tableau de variations de la fonction.

## Problème 2 : Non guidé !

Effectuer une étude complète de la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}^*$  par  $g(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x^2}$  dans le but de tracer sa courbe.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)

Yvan Monka – Académie de Strasbourg – [www.maths-et-tiques.fr](http://www.maths-et-tiques.fr)