

CONDITIONNEMENT (Partie 1)

I. Exemple d'introduction

▶ Vidéo <https://youtu.be/JEL4hxtnw0Q>

Un laboratoire pharmaceutique a réalisé des tests sur 800 patients atteints d'une maladie bénigne. Certains sont traités avec le médicament A, d'autres avec le médicament B. Le tableau présente les résultats de l'étude :

	Médicament A	Médicament B	Total
Guéri	383	291	674
Non guéri	72	54	126
Total	455	345	800

1) On choisit au hasard un patient et on considère les événements suivants :

A : « Le patient a pris le médicament A. »

G : « Le patient est guéri. »

On a alors :

La probabilité qu'un patient soit traité avec le médicament A est égale à $P(A) = \frac{455}{800}$.

La probabilité qu'un patient soit guéri est égale à $P(G) = \frac{674}{800}$.

La probabilité qu'un patient soit guéri et qu'il soit traité par le médicament A est égale à $P(G \cap A) = \frac{383}{800}$.

2) On choisit maintenant au hasard un patient guéri.

La probabilité que ce patient ait pris le médicament A sachant qu'il est guéri se note

$P_G(A)$ et est égale à $P_G(A) = \frac{383}{674}$.

On constate que $\frac{P(G \cap A)}{P(G)} = \frac{383/800}{674/800} = \frac{383}{674} = P_G(A)$.

II. Probabilité conditionnelle

Définition : Soit A et B deux événements avec $P(A) \neq 0$.

On appelle **probabilité conditionnelle de B sachant A**, la probabilité que l'événement B se réalise sachant que l'événement A est réalisé. Elle est notée $P_A(B)$ et est

définie par : $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Exemple :

 **Vidéo** https://youtu.be/SWmkdKxXf_I

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

Soit A l'événement "Le résultat est un pique".

Soit B l'événement "Le résultat est un roi".

Donc $A \cap B$ est l'événement "Le résultat est le roi de pique".

Alors : $P(A) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ et $P(A \cap B) = \frac{1}{32}$.

Donc la probabilité que le résultat soit un roi sachant qu'on a tiré un pique est :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{32} : \frac{1}{4} = \frac{1}{8}.$$

On peut retrouver intuitivement ce résultat. En effet, sachant que le résultat est un pique, on a une chance sur 8 d'obtenir le roi.

Remarque :

La probabilité conditionnelle suit les règles et lois de probabilités vues dans les classes antérieures. On a en particulier :

Propriétés : Soit A et B deux événements avec $P(A) \neq 0$.

- $0 \leq P_A(B) \leq 1$

- $P_A(\bar{B}) = 1 - P_A(B)$

- $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales