CONDITIONNEMENT (Partie 1)

I. Exemple d'introduction

Vidéo https://youtu.be/JEL4hxtnw0Q

Un laboratoire pharmaceutique a réalisé des tests sur 800 patients atteints d'une maladie bénigne. Certains sont traités avec le médicament A, d'autres avec le médicament B. Le tableau présente les résultats de l'étude :

	Médicament A	Médicament B	Total
Guéri	383	291	674
Non guéri	72	54	126
Total	455	345	800

1) On choisit au hasard un patient et on considère les évènements suivants :
A : « Le patient a pris le médicament A. »
G : « Le patient est guéri. »

On a alors :

La probabilité qu'un patient soit traité avec le médicament A est égale à $P(A)=\dfrac{455}{800}$.

La probabilité qu'un patient soit guéri est égale à $P(G)=\dfrac{674}{800}$.

La probabilité qu'un patient soit guéri et qu'il soit traité par le médicament A est égale à $P(G\cap A)=\dfrac{383}{800}$.

2) On choisit maintenant au hasard un patient guéri.
La probabilité que ce patient ait pris le médicament A sachant qu'il est guéri se note $P_G(A)$ et est égale à $P_G(A)=\dfrac{383}{674}$.

On constate que $\dfrac{P(G\cap A)}{P(G)}=\dfrac{383/800}{674/800}=\dfrac{383}{674}=P_G(A)$.

II. Probabilité conditionnelle

Définition : Soit *A* et *B* deux événements avec $P(A)\neq 0$.
On appelle probabilité conditionnelle de *B* sachant *A*, la probabilité que l'événement *B* se réalise sachant que l'événement *A* est réalisé. Elle est notée $P_A(B)$ et est définie par : $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$

Exemple :

Vidéo https://youtu.be/SWmkdKxXf_I

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.
Soit *A* l'événement "Le résultat est un pique".
Soit *B* l'événement "Le résultat est un roi".
Donc $A \cap B$ est l'événement "Le résultat est le roi de pique".

Alors : $P(A) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ et $P(A \cap B) = \frac{1}{32}$.
Donc la probabilité que le résultat soit un roi sachant qu'on a tiré un pique est :
$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{32} : \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

On peut retrouver intuitivement ce résultat. En effet, sachant que le résultat est un pique, on a une chance sur 8 d'obtenir le roi.

Remarque :
La probabilité conditionnelle suit les règles et lois de probabilités vues dans les classes antérieures. On a en particulier :

Propriétés : Soit *A* et *B* deux événements avec $P(A) \neq 0$.
- $0 \leq P_A(B) \leq 1$
- $P_A(\overline{B}) = 1 - P_A(B)$
- $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$