



LIMITES EN ZERO

Partie 1

On se donne une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{x}$.

L'objectif est d'étudier la limite de la fonction f lorsque x tend vers 0.

L'algorithme suivant, écrit en langage naturel, permet de conjecturer cette limite pour des valeurs positives de x :

Langage naturel

Initialisation
 Affecter à x_1 la valeur 1
 Affecter à N la valeur 1
 Affecter à D la valeur 1

Traitement des données
 Tant que $N < 100$ et $D > 0,0001$
 Faire
 Affecter à y_1 la valeur $(2x_1^2 - 3x_1)/x_1$
 Affecter à x_2 la valeur $x_1/2$
 Affecter à y_2 la valeur $(2x_2^2 - 3x_2)/x_2$
 Affecter à D la valeur absolue de $y_2 - y_1$
 Affecter à x_1 la valeur x_2
 Affecter à N la valeur $N + 1$

Sortie
 Afficher y_2

- 1) a) Quelle est la valeur des variables x_1 et x_2 à l'issue du 10^{ème} tour de la boucle "Tant que" ?
 b) Quel est le rôle de la variable D ?
 c) Quel est le rôle de la variable N ?

2) a) À l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, tester un programme traduisant cet algorithme.

Syntaxes dans 4 langages de programmation :

Langage naturel	Python (*)	Scilab	TI	CASIO
Valeur absolue	fabs	abs	abs	Abs
Arrondi de N à 0,01 près	round(N,2)	round(N*100)/100	round(N,2)	RndFix(N,2)

(*) En Python, les commandes **fabs** et **round** nécessitent l'appel d'un module au début du programme. Pour ce faire, taper : **from math import***

b) Conjecturer la limite de la fonction f lorsque x tend vers 0 pour des valeurs de x positives.

c) Adapter le programme pour obtenir la limite de la fonction f lorsque x tend vers 0 pour des valeurs de x négatives. Retrouve-t-on le même résultat dans les deux cas ?

Partie 2

On se donne une fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $g(x) = x^2 + \frac{|x|}{x}$.

1) Adapter le programme précédent pour obtenir la limite de la fonction g lorsque x tend vers 0. On distinguera les cas $x > 0$ et $x < 0$.

2) Retrouve le même résultat dans les deux cas ?

Que peut-on en conclure quant à la courbe représentative de g au voisinage de $x = 0$?



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.
www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales