# VECTEURS ET REPÉRAGE

 **Tout le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/9OB3hct6gak**](https://youtu.be/9OB3hct6gak)

**Partie 1 : Repère du plan**

Trois points du plan non alignés O, I et J forment un repère, que l’on peut noter (O, I, J).

I

J

O

L’origine O et les unités OI et OJ permettent de graduer les axes (OI) et (OJ).

Si on pose = et = *,* alors ce repère se note également (O, *,* ).

Définitions :

- On appelle **repère du plan** tout triplet (O, *,* ) où O est un point et et sont deux vecteurs non colinéaires.

- Un repère est dit **orthogonal** si et ont des directions perpendiculaires.

- Un repère est dit **orthonormé** s’il est orthogonal et si et sont de norme 1.

O

*Repère orthogonal*

O

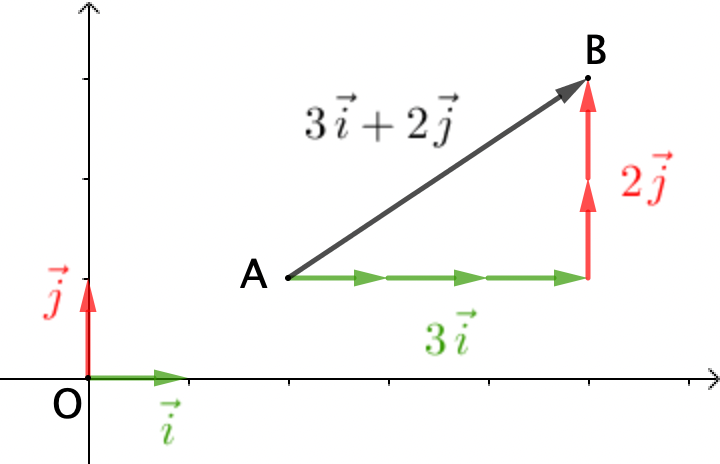
*Repère orthonormé*

O

*Repère quelconque*

TP info : Lectures de coordonnées :

[*http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Lecture\_coord.pdf*](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Lecture_coord.pdf)



**Partie 2 : Coordonnées d’un vecteur**

Exemple :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/8PyiMHtp1fE**](https://youtu.be/8PyiMHtp1fE)

Pour aller de A vers B, on parcourt un chemin :

3 unités vers la droite et 2 unités vers le haut.

Ainsi .

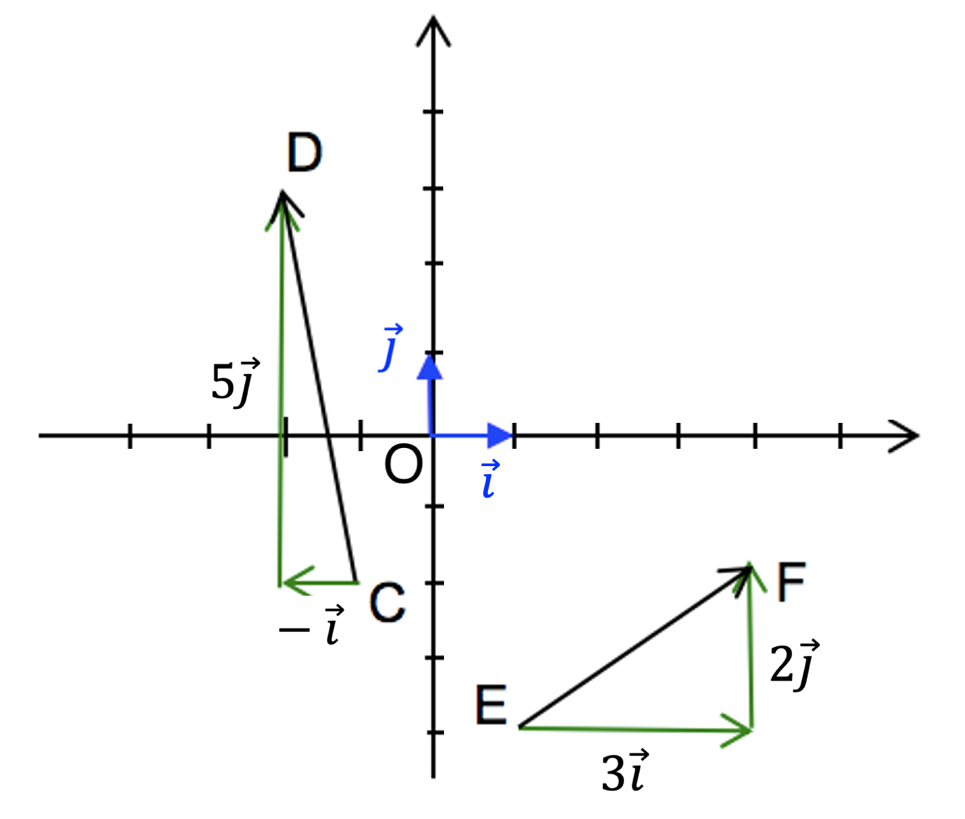
Les coordonnées de se notent ou . On préfèrera la première notation.

Méthode : Déterminer les coordonnées d’un vecteur par lecture graphique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/8PyiMHtp1fE**](https://youtu.be/8PyiMHtp1fE)

a) Dans le repère (O, *,* ), placer les points

b) Déterminer les coordonnées des vecteurs et par lecture graphique.



**Correction**

On a :

donc a pour coordonnées

donc a pour coordonnées .

Propriété :

Soit deux points et .

Le vecteur a pour coordonnées .

Méthode : Déterminer les coordonnées d’un vecteur par calcul

 **Vidéo** [**https://youtu.be/wnNzmod2tMM**](https://youtu.be/wnNzmod2tMM)

Calculer les coordonnées des vecteurs , et , tels que :

, , , , et .

**Correction**

=

=

=

Propriétés :

Soit deux vecteurs et , et un réel .

On a :

*●*   *●*

*●* et sont égaux lorsque et .

Méthode : Appliquer les formules sur les coordonnées de vecteurs

 **Vidéo** [**https://youtu.be/rC3xJNCuzkw**](https://youtu.be/rC3xJNCuzkw)

En prenant les données de la méthode précédente, calculer les coordonnées des vecteurs , et .

**Correction**

On a : et .

,

Méthode : Calculer les coordonnées d’un point défini par une égalité vectorielle

 **Vidéo** [**https://youtu.be/eQsMZTcniuY**](https://youtu.be/eQsMZTcniuY)

Soit les points , , .

Déterminer les coordonnées du point tel que soit un parallélogramme.

**Correction**

est un parallélogramme si et seulement si .

On pose les coordonnées du point .

On a alors : et

Donc : et

et

et .

Les coordonnées du point sont donc

**Partie 3 : Colinéarité de deux vecteurs**

1. Critère de colinéarité

Propriété : Soit deux vecteurs et .

Dire que et sont colinéaires revient à dire que : .

Remarque : Dire que et sont colinéaires revient à dire que les coordonnées des deux vecteurs sont proportionnelles soit : .

**Démonstration au programme :**

 **Vidéo** [**https://youtu.be/VKMrzaiPtw4**](https://youtu.be/VKMrzaiPtw4)

* Si l’un des vecteurs est nul alors l’équivalence est évidente.
* Supposons maintenant que les vecteurs et soient non nuls.

Dire que les vecteurs et sont colinéaires équivaut à dire qu’il existe un nombre réel tel que   *.*

Une image contenant table

Description générée automatiquementLes coordonnées des vecteurs et sont donc proportionnelles et le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité :

Donc : soit encore .

**Réciproquement**, si .

Le vecteur étant non nul, l’une de ses coordonnées est non nulle. Supposons que

. Posons alors . L’égalité s’écrit : *.*

Soit : .

Comme on a déjà , on en déduit que  *.*

Méthode : Vérifier si deux vecteurs sont colinéaires

 **Vidéo** [**https://youtu.be/eX-\_639Pfw8**](https://youtu.be/eX-_639Pfw8)

Dans chaque cas, vérifier si les vecteurs et sont colinéaires.

1. et b) et

**Correction**

a) .

Le critère de colinéarité est vérifié donc les vecteurs et sont donc colinéaires.

On peut également observer directement que .

b) .

Le critère de colinéarité n’est pas vérifié donc les vecteurs et ne sont donc pas colinéaires.

1. Déterminant de deux vecteurs

Définition : Soit deux vecteurs et .

Le nombre est appelé déterminant des vecteurs et .

On note : .

Propriété : Dire que et sont colinéaires revient à dire que .

Méthode : Vérifier si deux vecteurs sont colinéaires à l’aide du déterminant

 **Vidéo** [**https://youtu.be/MeHOuwy81-8**](https://youtu.be/MeHOuwy81-8)

Dans chaque cas, vérifier si les vecteurs et sont colinéaires.

a) et b) et

**Correction**

a)

Les vecteurs et sont donc colinéaires.

b)

Les vecteurs et ne sont donc pas colinéaires.

1. Applications

Propriétés :

1) Dire que les droites et sont parallèles revient à dire que les vecteurs et sont colinéaires.

2) Dire que les points , et sont alignés revient à dire que les vecteurs et sont colinéaires.

Méthode : Appliquer la colinéarité

 **Vidéo** [**https://youtu.be/hp8v6YAQQRI**](https://youtu.be/hp8v6YAQQRI)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/dZ81uKVDGpE**](https://youtu.be/dZ81uKVDGpE)

On considère les points , , , et .

a) Démontrer que les droites et sont parallèles.

b) Démontrer que les points , et sont alignés.

**Correction**

a) et .

Les vecteurs et sont colinéaires. Donc les droites et sont parallèles.

Remarque :

On aurait pu également remarquer que les coordonnées de et sont proportionnelles pour en déduire que les vecteurs et sont colinéaires.

b) et .

Les vecteurs et sont colinéaires. Donc les points , et sont alignés.

**Partie 4 : Coordonnées du milieu d’un segment**

Propriété : Soit deux points et .

Le milieu du segment a pour coordonnées :

B

O

M

A

Démonstration :

Considérons le parallélogramme construit à partir de , et .

Soit son centre.

Alors = ( + ).

(ou ) a donc les mêmes coordonnées que celles du vecteur ( + ) soit : .

Méthode : Calculer les coordonnées d’un milieu

 **Vidéo** [**https://youtu.be/YTQCtSvxAmM**](https://youtu.be/YTQCtSvxAmM)

On considère les points , et .

Calculer les coordonnées de , et milieux respectifs de , et .

**Correction**

**Partie 5 : Distance dans un repère orthonormé**

Propriété : Soit deux points et dans un repère ***orthonormé*** :

La distance (ou la norme de ) est :

Remarque : Cette propriété est une conséquence du théorème de Pythagore.

Méthode : Calculer une distance dans un repère orthonormé

 **Vidéo** [**https://youtu.be/pP8ebg8W9o8**](https://youtu.be/pP8ebg8W9o8)

Soit deux points et dans un repère orthonormé.

Calculer la distance .

**Correction**

La distance (ou norme du vecteur ) est égale à :



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)