TRIANGLES SEMBLABLES

Tout le cours en vidéo : https://youtu.be/38DTCmRRvUs

Partie 1 : Les angles

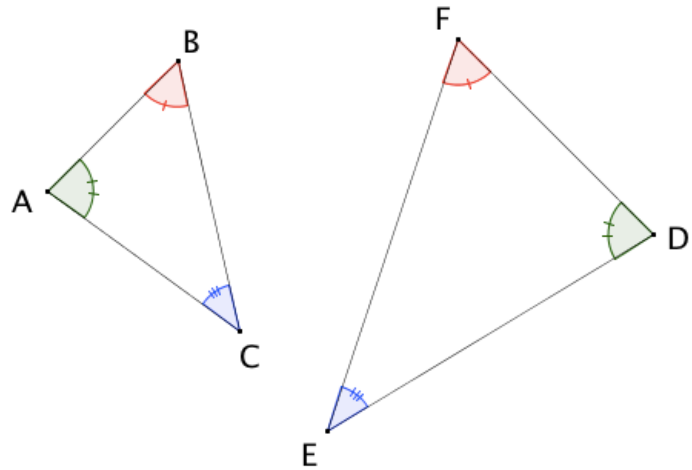
Définition : On appelle **triangles semblables**, des triangles qui ont des angles deux à deux égaux.

Exemple :
Les triangles ABC et DEF sont semblables, en effet :

$\widehat{ABC} = \widehat{DFE}$

$\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$

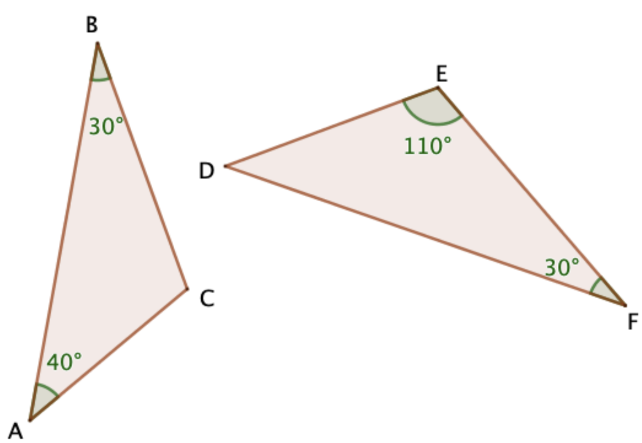
$\widehat{ACB} = \widehat{DEF}$



Méthode : Montrer que deux triangles sont semblables avec les angles

Vidéo https://youtu.be/TAeQhd1r3QI

Démontrer que les triangles ABC et DEF sont semblables.



Correction

- Dans le triangle ABC, on calcule l'angle $\hat{C}$ à l'aide de la règle des 180°.
$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$
$40° + 30° + \hat{C} = 180°$
$70° + \hat{C} = 180°$
$\hat{C} = 180° - 70°$
$\hat{C} = 110°$.

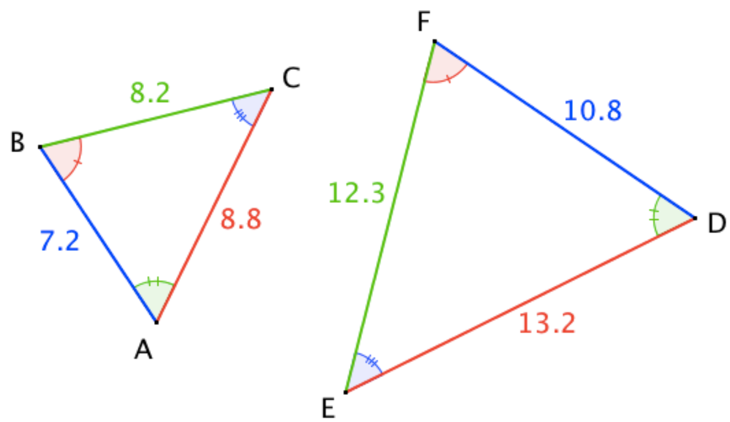
- Dans le triangle DEF, on calcule l'angle $\widehat{D}$ à l'aide de la règle des 180°.
$\widehat{D}+\hat{E}+\hat{F}=180°$
$\widehat{D}+110°+30°=180°$
$\widehat{D}+140°=180°$
$\widehat{D}=180°-140°$
$\widehat{D}=40°$.

- On ainsi : $\hat{A}=\widehat{D}, \hat{B}=\hat{F}, \hat{C}=\hat{E}$
Les triangles ABC et DEF ont des angles deux à deux égaux, ils sont semblables.

A noter :
Pour montrer que deux triangles sont semblables, il suffit de s'assurer que **deux couples** d'angles sont égaux deux à deux. En effet, d'après la règle des 180°, le dernier couple d'angles le sera nécessairement.

Partie 2 : Les côtés

Exemple :
Les triangles ABC et DEF sont semblables.



Dans un tableau, on range dans l'ordre croissant les côtés des deux triangles :

Côtés de DEF	DF = 10,8	EF = 12,3	ED = 13,2
Côtés de ABC	AB = 7,2	BC = 8,2	AC = 8,8

On constate ainsi que :

$$\frac{10,8}{7,2}=\frac{12,3}{8,2}=\frac{13,2}{8,8}=1,5$$

Les côtés du triangle ABC sont donc proportionnels aux côtés du triangle DEF.

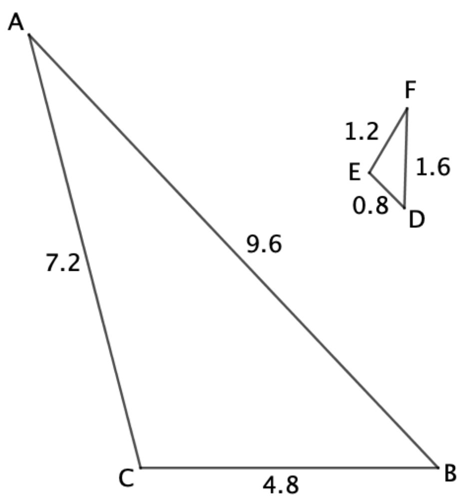
Propriété : Dire que deux triangles sont semblables revient à dire que les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.

Remarques : ● Le coefficient de proportionnalité est appelé le coefficient d'agrandissement ou de réduction.
● On peut également noter qu'une configuration de Thalès est composée de deux triangles semblables.

Méthode : Montrer que des triangles sont semblables avec les côtés

Vidéo https://youtu.be/LoYKBLIrCdY

Montrer que les triangles ABC et DEF sont semblables.



Correction

Dans un tableau, on range dans l'ordre croissant les côtés des deux triangles :

Côtés de ABC	CB = 4,8	AC = 7,2	AB = 9,6
Côtés de DEF	ED = 0,8	EF = 1,2	DF = 1,6

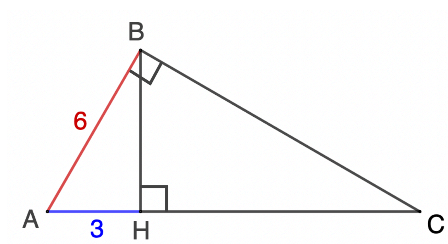
On constate ainsi que :

$$\frac{4{,}8}{0{,}8} = \frac{7{,}2}{1{,}2} = \frac{9{,}6}{1{,}6} = 6$$

Les côtés du triangle ABC sont donc proportionnels aux côtés du triangle DEF donc les triangles ABC et DEF sont semblables.

Méthode : Utiliser des triangles semblables

Vidéo https://youtu.be/h0tnW4JqQjQ
Vidéo https://youtu.be/F3SuRBTkaGM



1) Montrer que les triangles ABC et ABH sont semblables.
2) Calculer la longueur AC.

Correction

1) On sait que : $\widehat{AHB} = \widehat{ABC} = 90°$.
$\widehat{HAB} = \widehat{CAB}$. Ces angles sont superposés dont ils ont la même mesure.

D'après la règle des $180°$, le dernier couple d'angles est égal.
Donc $\widehat{ABH} = \widehat{BCA}$.
On en déduit que les triangles ABC et ABH sont semblables.

2) Comme les triangles ABC et ABH sont semblables, les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.
A l'aide de la figure, on range les côtés des deux triangles dans l'ordre croissant.

Côtés de ABC	$AB = 6$	BC	AC
Côtés de ABH	$AH = 3$	BH	$AB = 6$

↑ Petits côtés de l'angle droit ↑ Grands côtés de l'angle droit ↑ Hypoténuses

On a donc $\frac{AB}{AH} = \frac{BC}{BH} = \frac{AC}{AB}$, soit : $\frac{6}{3} = \frac{BC}{BH} = \frac{AC}{6}$

On applique le produit en croix : $\frac{6}{3} = \frac{AC}{6}$

$AC = 6 \times 6 : 3$
$AC = 12$

Pour aller plus loin :

Vidéo https://youtu.be/0tB0jmrMaLc
Vidéo https://youtu.be/chTB8q0cY9Q