FONCTIONS POLYNÔMES DE DEGRÉ 2

Chapitre 2/2

**Partie 1 : Forme factorisée d’une fonction polynôme de degré 2**

Exemple :

La fonctiondéfinie par est une fonction du second degré.

En effet, elle s’écrit aussi sous la forme .

.

Définition : Les fonctions définies sur ℝ par sont des fonctions polynômes de degré 2.

Les coefficients , et sont des réels avec .

A noter : Plus généralement, on appelle fonction polynôme de degré 2, toute fonction qui s’écrit sous la forme .

Par exemple, la fonction est une fonction polynôme du second degré.

Propriété : Soit la fonctiondéfinie sur par .

L’équation possède deux solutions (éventuellement égales) : et

appelées les **racines** de la fonction polynôme

Propriété : Soit la fonctiondéfinie sur ℝ par .

La droite d’équation avec est l’axe de symétrie de la parabole représentant la fonction

Méthode : Représenter graphiquement une fonction du second degré à partir de sa forme factorisée.

 **Vidéo** [**https://youtu.be/riqMPcUT\_Ts**](https://youtu.be/riqMPcUT_Ts)

On considère la fonctiondéfinie sur ℝ par .

Déterminer :

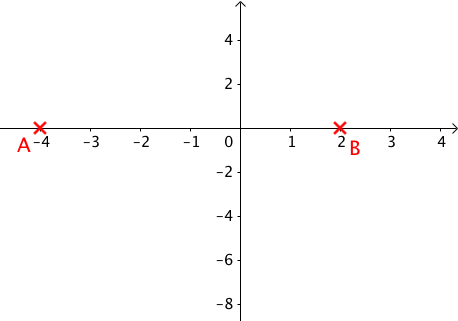
a) l’intersection de la courbe deavec l’axe des abscisses,

b) son axe de symétrie,

c) les coordonnées de son extremum.

Placer au fur et à mesure ces éléments géométriques dans un repère puis tracer la parabole représentant la fonction

**Correction**

a) Pour déterminer l’intersection de la courbe deavec l’axe des abscisses, il suffit de résoudre l’équation .

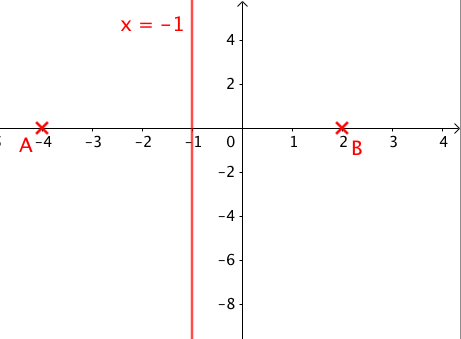
Soit : .

Il s’agit d’une équation-produit. On a donc :

ou soit : ou .

La courbe detraverse l’axe des abscisses en et en .

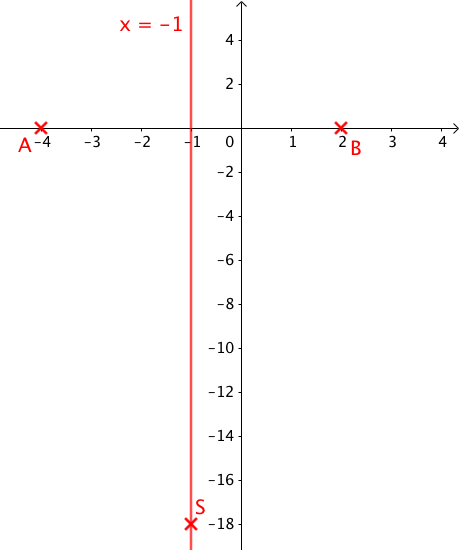
On peut marquer ces deux points d’intersection, A et B, dans le repère.

b) Ici, donc et , et

donc

La droite d’équation est l’axe de symétrie de la parabole représentant la fonction

On peut tracer cette droite dans le repère.



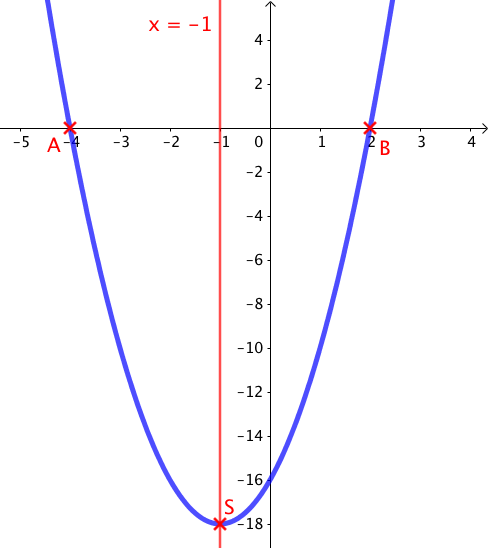
c) - Le sommet S de la parabole se trouve sur l’axe de symétrie, donc il a pour abscisse = –1 et pour ordonnées :

Le sommet de la parabole S est donc le point de coordonnées (–1 ; –18).

On peut placer le point S dans le repère.

- L’expression de la fonctionest

, donc *a* = 2 > 0.

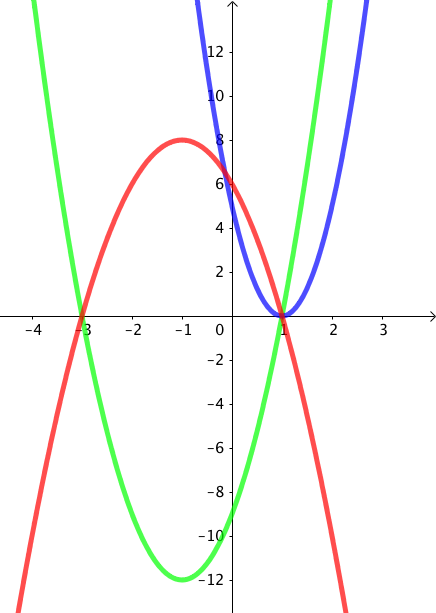


On en déduit que la parabole représentant la fonctionpossède des branches tournées vers le haut. Le sommet de la parabole correspond donc au minimum de la fonction

On trace ainsi la parabole

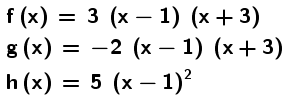
passant par les points S, A et B.

Méthode : Associer une fonction du second degré à sa représentation graphique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/Yrt2Cdx1uk4**](https://youtu.be/Yrt2Cdx1uk4)

Associer chaque fonction à sa représentation

graphique :



**Correction**

- On a : .

La fonction est la seule à posséder une **racine double égale à 1**. Cela signifie que la parabole correspondante ne possède qu’un seul point d’intersection avec l’axe des abscisses.

La **parabole bleue** intercepte l’axe des abscisses en 1 uniquement, c’est donc la représentation graphique de la fonction .

- Les fonctionset sont de la forme et

.

Ces fonctions possèdent donc toutes les deux les mêmes racines : et .

On peut donc les associer à la **parabole rouge** et à la **parabole verte** qui passent toutes les deux par les points d’abscisse –3 et 1.

Les branches de la **parabole verte** sont tournées vers le haut donc > 0 dans l’écriture de la fonction .

Ainsi, la **parabole verte** représente la fonctionpour qui = 3 > 0.

La **parabole rouge** représente alors la fonction .

Méthode : Factoriser une expression du second degré

 **Vidéo** [**https://youtu.be/FoNm-dlJQLc**](https://youtu.be/FoNm-dlJQLc)

On considère la fonctiondéfinie sur ℝ par .

a) Conjecturer une racine de la fonction polynômeet vérifier par calcul.

b) Factoriser

**Correction**

a) On peut conjecturer que 1 est racine de la fonction polynôme

En effet, .

b) D’après l’expression de la fonction , on a : .

On peut affirmer que .

Par ailleurs, 1 est une racine de Donc, sous sa forme factorisée,s’écrit :

.

Il s’agit donc de déterminer , tel que : .

En prenant par exemple , cette égalité s’écrit : , soit  ou encore .

Ainsi, sous sa forme factorisée, la fonction polynômes’écrit ou encore .

**Partie 2 : Signe d’une fonction polynôme de degré 2**

Méthode : Étudier le signe d’un polynôme du second degré

 **Vidéo** [**https://youtu.be/EjR6TCc\_fdg**](https://youtu.be/EjR6TCc_fdg)

Étudier le signe de la fonction polynômedéfinie sur ℝ par

**Correction**

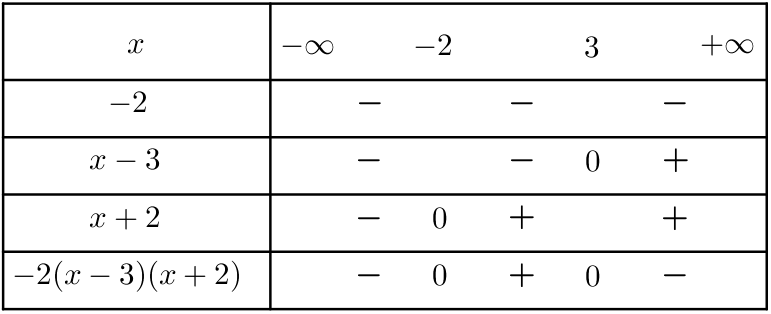
Le signe de dépend du signe de chaque facteur , – 3 et + 2.

On étudie ainsi le signe de chaque facteur et on présente les résultats dans un tableau de signes.

– 3 = 0 ou +2 = 0

= 3 = –2

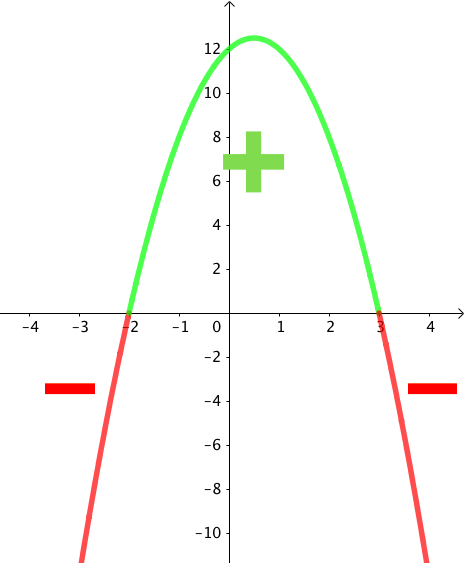
En appliquant la règle des signes dans le tableau suivant, on pourra en déduire le signe du produit .



On en déduit que pour et

pour .

La représentation de la fonctionà l’aide d’un logiciel permet de confirmer les résultats établis précédemment.



**Partie 3 : Équation de la forme x² = c**

Propriété :

Les solutions dans de l’équation dépendent du signe de *.*

Si < 0, alors l’équation n’a pas de solution.

Si = 0, alors l’équation possède une unique solution qui est 0.

Si > 0, alors l’équation possède deux solutions qui sont et .

Méthode : Résoudre une équation du type x2 = c

 **Vidéo** [**https://youtu.be/ef15aeQRs6w**](https://youtu.be/ef15aeQRs6w)

Résoudre dans les équations :

a) b) c)

**Correction**

a) 16 est positif donc l’équation admet deux solutions et

.

b) –8 est négatif donc l’équation n’a pas de solution dans ℝ.

c)

L’équation admet donc deux solutions et .



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)