SECOND DEGRÉ – Chapitre 2/2

 **Tout le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/tc9wvbYuZts**](https://youtu.be/tc9wvbYuZts)

**Partie 1 : Résolution d'une équation du second degré**

Définition : Une **équation du second degré** est une équation de la forme

 où , et sont des réels avec .

Exemple :

L'équation est une équation du second degré.

Définition : On appelle **discriminant** du trinôme , le nombre .

Propriété : Soit Δ le discriminant du trinôme .

- Si Δ < 0 : L'équation n'a pas de solution réelle.

- Si Δ = 0 : L'équation a une unique solution : .

- Si Δ > 0 : L'équation a deux solutions distinctes :

 et .

Démonstration au programme :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/7VFpZ63Tgis**](https://youtu.be/7VFpZ63Tgis)

On a vu dans « Second degré - Chapitre 1/2 » que la fonction définie sur par peut s'écrire sous sa forme canonique :

 avec et .

Donc :

 peut s’écrire :

 car est non nul.

- Si Δ < 0 : Comme un carré ne peut être négatif , l'équation

 n'a pas de solution.

- Si Δ = 0 : L'équation peut s'écrire :

L'équation n'a qu'une seule solution :

- Si Δ > 0 : L'équation est équivalente à :

 ou

 ou

 ou

 ou

L'équation a deux solutions distinctes : et

Méthode : Résoudre une équation du second degré

 **Vidéo** [**https://youtu.be/youUIZ-wsYk**](https://youtu.be/youUIZ-wsYk)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/RhHheS2Wpyk**](https://youtu.be/RhHheS2Wpyk)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/v6fI2RqCCiE**](https://youtu.be/v6fI2RqCCiE)

Résoudre les équations suivantes :

a) b) c)

**Correction**

a) Calculons le discriminant de l'équation :

 , et donc .

Comme Δ > 0, l'équation possède deux solutions distinctes :

b) Calculons le discriminant de l'équation :

 , et donc .

Comme , l'équation possède une unique solution :

c) Calculons le discriminant de l'équation :

 , et donc

Comme , l'équation ne possède pas de solution réelle.

Définition :

Pour une fonction polynôme du second degré de la forme , les solutions de l’équation s’appelle les **racines** de .



Remarque : Dans la pratique, une racine de vérifie .

La courbe de coupe l’axe des abscisses en .

Propriété : La somme et le produit des racines d’un polynôme du second degré de la forme sont donnés par : et .

Méthode : Utiliser les formules de somme et produit des racines

 **Vidéo** [**A**](https://youtu.be/youUIZ-wsYk) **venir bientôt**

Soit la fonction polynôme du second degré définie sur par :

1) Montrer que est une racine de .

2) Déterminer la deuxième racine.

**Correction**

1) est une racine si elle vérifie .

.

Donc est une racine de .

2) En utilisant le produit des racines, on a :

Et .

Donc

Et donc admet comme deuxième racine.

**Partie 2 : Factorisation et signe d'un trinôme**

 1) Factorisation

Propriété : Soit une fonction polynôme du second degré définie sur par :

.

- Si Δ = 0 : , avec racine de .

- Si Δ > 0 : , avec et racines de .

Remarque : Si Δ < 0, il n’existe pas de forme factorisée de .

Méthode : Déterminer les fonctions du second degré, s’annulant en deux nombres réels distincts

 **Vidéo** [**https://youtu.be/JiokX41\_2nw**](https://youtu.be/JiokX41_2nw)

On considère la fonction polynôme du second degré s’annulant en et et tel que . Déterminer une expression factorisée de la fonction .

**Correction**

● Comme la fonction s’annule en et , on peut affirmer que et sont les racines de .

Et donc : .

● De plus,

Donc :

● On en déduit que : .

Méthode : Factoriser un trinôme

 **Vidéo** [**https://youtu.be/eKrZK1Iisc8**](https://youtu.be/eKrZK1Iisc8)

Factoriser les trinômes suivants : a) b)

**Correction**

a) On cherche les racines du trinôme :

Calcul du discriminant :

Les racines sont : et

On a donc :

.

b) On cherche les racines du trinôme :

Calcul du discriminant :

La racine unique est : =

On a donc :

2) Signe d'un trinôme

x

Propriété : Soit une fonction polynôme du second degré définie sur par

.

- Si Δ < 0 : ne possède pas de racine. Donc ne s’annule pas.

*a* > 0

*a* < 0

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |   |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |   |

- Si Δ = 0 : possède une unique racine . Donc s’annule en .

*a* > 0

*a* < 0

|  |  |
| --- | --- |
|  |   |
|  |  O |

|  |  |
| --- | --- |
|  |   |
|  |  O |

- Si Δ > 0 : possède deux racines et . Donc s’annule en et .

*a* > 0

*a* < 0

|  |  |
| --- | --- |
|  |   |
|  |  O O  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |   |
|  |  O O  |

Méthode : Déterminer le signe d’un trinôme

 **Vidéo** [**https://youtu.be/pT4xtI2Yg2Q**](https://youtu.be/pT4xtI2Yg2Q)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/sFNW9KVsTMY**](https://youtu.be/sFNW9KVsTMY)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/JCVotquzIIA**](https://youtu.be/JCVotquzIIA)

Démontrer que la fonction polynôme du second degré définie sur par

 est positive.

**Correction**

Le discriminant de est

La fonction ne possède pas de racine.

La parabole représentant se trouve donc soit au-dessus de l’axe des abscisses, soit en dessous.

Comme , la parabole a les branches tournées vers le haut (en position « 😊 ») et donc elle se trouve au-dessus de l’axe des abscisses.

On en déduit que est toujours positive.

Méthode : Résoudre une inéquation du second degré

 **Vidéo** [**https://youtu.be/AEL4qKKNvp8**](https://youtu.be/AEL4qKKNvp8)

Résoudre les inéquations : a)

 b)

**Correction**

a) Le discriminant de est et ses racines sont :

 et

*a* =1> 0

On obtient le tableau de signes :

|  |  |
| --- | --- |
|  |   |
|  |  O O  |

On lit dans le tableau de signes que pour .

L'ensemble des solutions de l'inéquation est donc .

b) On commence par rassembler tous les termes dans le membre de gauche afin de pouvoir étudier le signe d’un trinôme :

.

Le discriminant de est et ses racines sont :

 et

On obtient le tableau de signes :



On lit dans le tableau de signes que pour .

L'ensemble des solutions de l'inéquation est donc :

 .

3) Application

Méthode : Étudier la position de deux courbes

 **Vidéo** [**https://youtu.be/EyxP5HIfyF4**](https://youtu.be/EyxP5HIfyF4)

Soit et deux fonctions définies sur par : et .

Étudier la position relative des courbes représentatives et .

**Correction**

On va étudier le signe de la différence :

.

Le discriminant du trinôme est

Le trinôme possède deux racines distinctes :

 et

On dresse le tableau de signes du trinôme :



On conclut :

● , soit pour tout de .

La courbe est donc en-dessous de la courbe pour tout de .

● De même, la courbe est au-dessus de la courbe pour tout de .



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)