

NOTION DE FONCTION

▶ Tout le cours en vidéo : https://youtu.be/E4SY8_L-DTA

Partie 1 : Notations et vocabulaire

1) Exemple

Un groupe scolaire se rend au théâtre pour assister à un spectacle. Le prix d'entrée à ce spectacle est de 4 € par élève.

Prix du spectacle pour :

$$12 \text{ élèves} : 12 \times 4 = 48 \text{ €}$$

$$20 \text{ élèves} : 20 \times 4 = 80 \text{ €}$$

$$32 \text{ élèves} : 32 \times 4 = 128 \text{ €}$$

$$x \text{ élèves} : x \times 4 = 4x \text{ €}$$



2) Notations :

Pour un nombre d'élèves donné, on a fait correspondre le prix à payer.

Par exemple :

$$12 \mapsto 48$$

$$20 \mapsto 80$$

De façon générale, pour x élèves on note : $x \mapsto 4x$

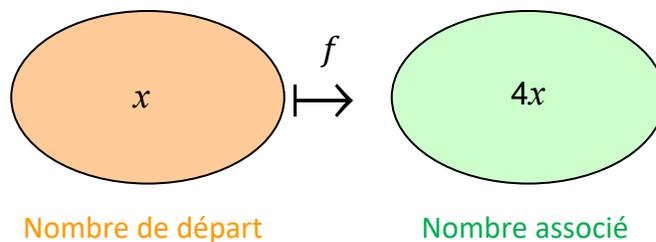
$x \mapsto 4x$ se lit « à x , on associe $4x$ ».

La correspondance qu'on a établie entre x et $4x$ porte un nom.

On va l'appeler f , et on note également :

$$f: x \mapsto 4x$$

f est appelée une **fonction**. C'est une « machine » mathématique qui, à un nombre donné, fait correspondre un autre nombre.



La fonction f dépend donc de la valeur de x choisie au départ et varie en fonction de cette valeur x . x est ainsi appelée la **variable**.

On note également : $f(x) = 4x$
 $f(x)$ se lit « f de x ».

$f : 32 \mapsto 128$ peut donc s'écrire : $f(32) = 128$

3) Tableau de valeurs

On peut résumer les résultats précédents dans un tableau qui s'appelle **tableau de valeurs**.

x	12	20	32
$f(x)$	48	80	128

Méthode : Résoudre un problème à l'aide d'une fonction

 Vidéo youtu.be/02mDFbESlBk

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Enlever 2
- Multiplier par 2
- Ajouter 3

1) Appliquer le programme en prenant 4 comme nombre de départ.

2) On prend x comme nombre de départ.

Donner le résultat du programme en fonction de x .

3) On appelle f la fonction qui associe à x le résultat du programme.

Donner l'expression de la fonction f à l'aide des deux notations suivantes :

$f : x \mapsto \dots$

$f(x) = \dots$

4) Compléter le tableau de valeurs :

x	4	6	10
$f(x)$			

Correction

1) En prenant 4 au départ :

- 4
- $4 - 2 = 2$
- $2 \times 2 = 4$
- $4 + 3 = 7$

En prenant 4 au départ, on obtient 7.

2) En prenant x au départ :

- x
- $x - 2$
- $2 \times (x - 2)$
- $2 \times (x - 2) + 3$

En prenant x au départ, on obtient $2(x - 2) + 3$.

On peut simplifier l'expression :

$$\begin{aligned} 2(x - 2) + 3 &= 2 \times x + 2 \times (-2) + 3 \\ &= 2x - 4 + 3 \\ &= 2x - 1 \end{aligned}$$

$$3) f(x) = 2x - 1$$

$$f: x \mapsto 2x - 1$$

4)

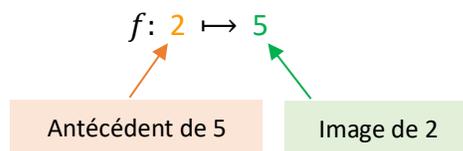
x	4	6	10
$f(x)$	7	11	19

$$\begin{aligned} &2 \times 4 - 1 \\ &= 8 - 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

Partie 2 : Image et antécédent par une fonction

Exemple :

Dire que : $f(2) = 5$ signifie que :



On dit que :

- l'**image** de 2 par la fonction f est 5.
- un **antécédent** de 5 par f est 2.

Méthode : Déterminer une image et un antécédent par une fonction



Vidéo <https://youtu.be/BHrBGehewi0>



Vidéo <https://youtu.be/EOS5bSPTZjg>

Soit le tableau de valeurs suivant de la fonction f :

x	-4	2	10	18
$f(x)$	18	6	-4	38

Compléter alors :

- a) L'image de 2 par f est ...
- b) Un antécédent de 18 par f est ...
- c) $f : \dots \mapsto -4$
- d) $f(18) = \dots$

Correction

- a) L'image de 2 par f est 6, car $2 \mapsto 6$
 b) Un antécédent de 18 par f est -4, car $-4 \mapsto 18$
 c) $f : 10 \mapsto -4$
 d) $f(18) = 38$

Méthode : Déterminer l'image d'une fonction par calculVidéo <https://youtu.be/FjqPwHS7vE8>

Soit la fonction g définie par $g(x) = 3x - 1$.
 Calculer l'image de 6 par la fonction g :

Correction

$$\begin{aligned} g(x) &= 3x - 1 \\ g(6) &= 3 \times 6 - 1 \\ &= 18 - 1 \\ &= 17 \end{aligned}$$

L'image de 6 par g est 17.

Méthode : Déterminer un antécédent par calculVidéo <https://youtu.be/0NakIDu5dQU>

Soit la fonction f définie par $f(x) = 2x - 3$.
 Déterminer un antécédent de -5 par la fonction f .

Correction

On cherche un antécédent de -5 donc -5 est une image.

On peut donc écrire : $f(x) = -5$

Soit : $2x - 3 = -5$

On résout ainsi l'équation :

$$2x = -5 + 3$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

Un antécédent de -5 par f est donc -1.

Remarques :

- Un nombre possède une unique image par une fonction.
- Cependant, un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

Par exemple :

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2$.

On a : $f(2) = 2^2 = 4$ et $f(-2) = (-2)^2 = 4$.

On en déduit que 4 possède deux antécédents qui sont 2 et -2.

Partie 3 : Représentation graphique d'une fonction

1) Construction d'une courbe

 Vidéo <https://youtu.be/xHJNdrhzY4Q>

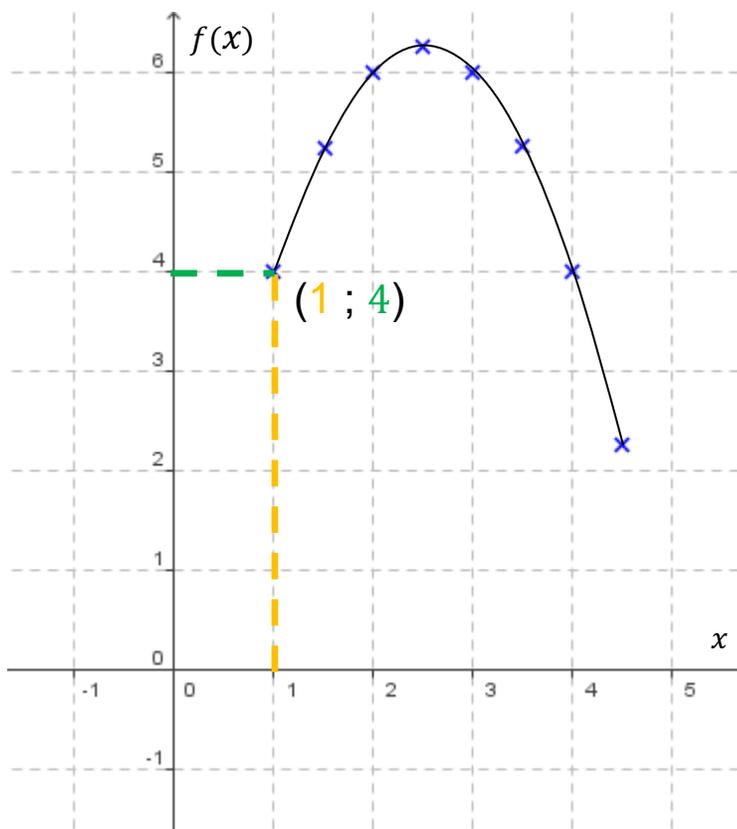
Soit la fonction f définie par $f(x) = 5x - x^2$.

On complète un tableau de valeurs de la fonction f :

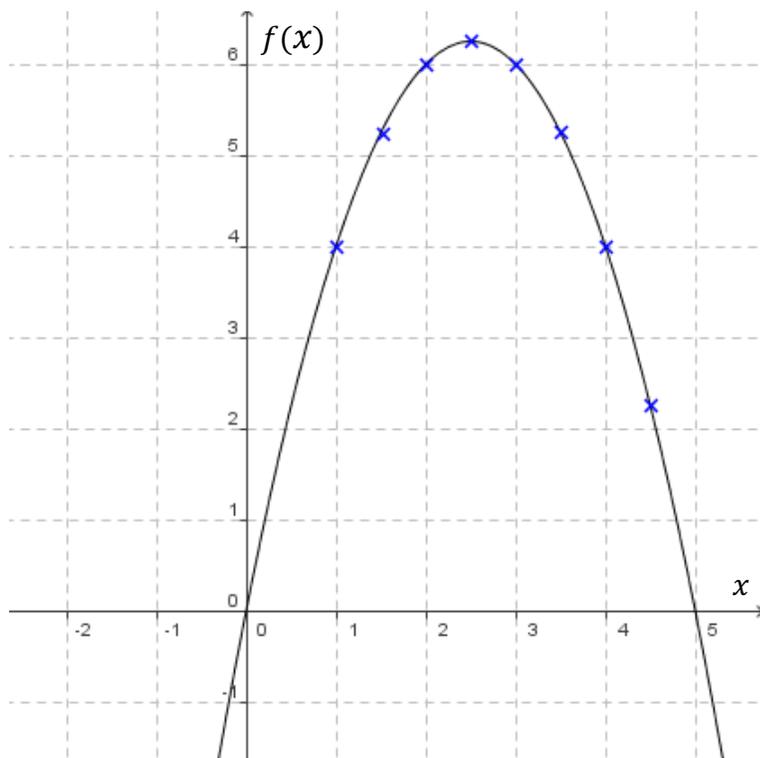
x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$f(x)$	4	5,25	6	6,25	6	5,25	4	2,25

On représente les données du tableau de valeurs dans un repère tel qu'on trouve en abscisse les valeurs de x et en ordonnée les valeurs de $f(x)$ correspondante.

En reliant les points, on obtient une courbe.
Tout point de la courbe possède donc des coordonnées de la forme $(x ; f(x))$.



Ouvrir le logiciel *GeoGebra* et saisir directement l'expression de la fonction f .
Dans la barre de saisie, on écrira : $f(x)=5x-x^2$



La courbe affichée de la fonction f dépasse les limites des valeurs du tableau.
L'expression de la fonction f accepte par exemple des valeurs négatives de x .



En latin, « curbus » désignait ce qui est courbé. On retrouve le mot en ancien français sous la forme de « corbe ». Le corbeau est ainsi appelé à cause de la forme de son bec.

2) Lectures graphiques

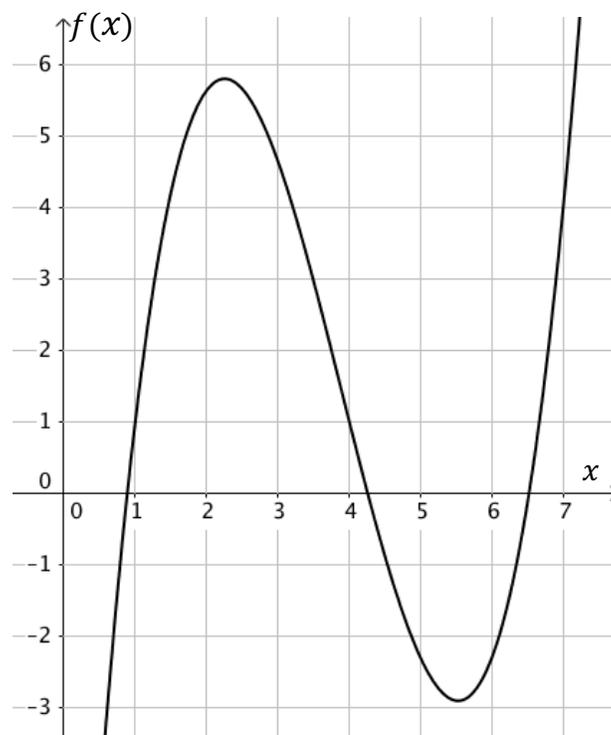
Méthode : Lire graphiquement une image et un antécédent

 Vidéo <https://youtu.be/gQUt5y8LFKk>

On considère la fonction f représentée ci-contre.

Déterminer graphiquement :

- L'image de 7 par la fonction f .
- Trois antécédents de 1 par la fonction f .

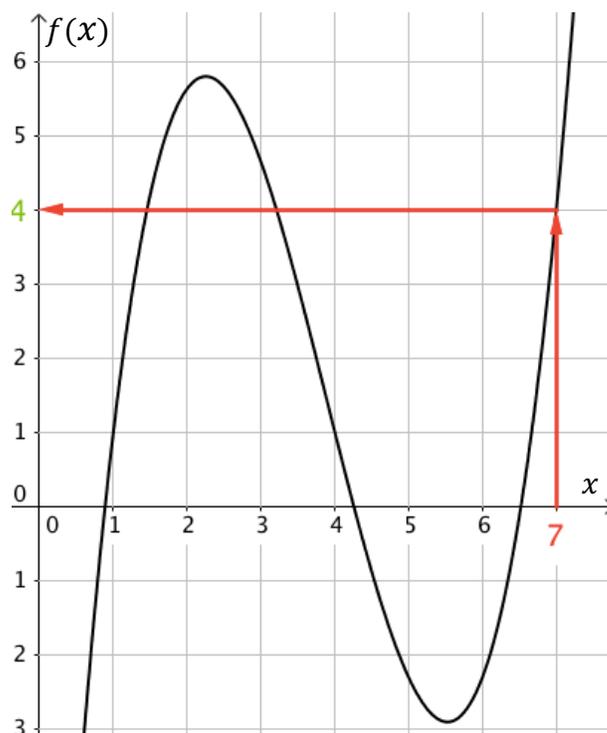


Correction

a) Pour déterminer l'image de 7, on « part » de l'abscisse 7, on « rejoint » la courbe et on lit la valeur correspondante sur l'axe des ordonnées.

On lit donc que l'image de 7 est 4.

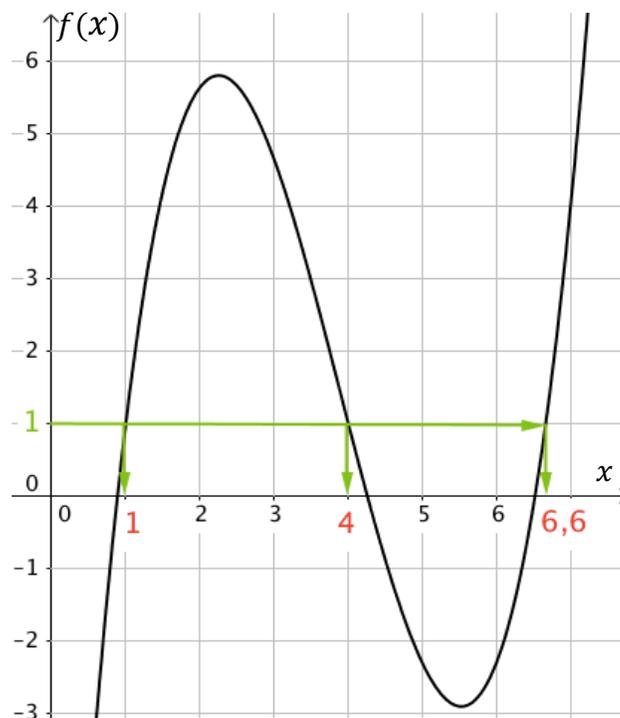
On peut noter : $f(7) = 4$.



b) Pour déterminer des antécédents de 1, on « part » de l'ordonnée 1, on « rejoint » la courbe et on lit les valeurs correspondantes sur l'axe des abscisses.

On lit donc que des antécédents de 1 sont 1, 4 et 6,6.

On peut par exemple noter : $f(4) = 1$.



TP info : « Fonctions trigonométriques »

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/TP_Triquo.pdf

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/TP_Triquo.ods (feuille de calcul OOo)



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales

Yvan Monka – Académie de Strasbourg – www.maths-et-tiques.fr