NOMBRES RÉELS – Chapitre 1/2

 **Tout le cours sur les ensembles de nombres en vidéo :** [**https://youtu.be/kL-eMNZiARM**](https://youtu.be/kL-eMNZiARM)

###### **Partie 1 : Nombres entiers**

 **Vidéo** [**https://youtu.be/HMY31orMLjs**](https://youtu.be/HMY31orMLjs)

1. Nombres entiers naturels

Définition : Un **nombre entier naturel** est un nombre entier qui est positif.

L'ensemble des **nombres entiers naturels** est noté ℕ**.**

ℕ= .

Exemples :

ℕ ( appartient à l’ensemble des entiers naturels)

ℕ ( n’appartient pas à l’ensemble des entiers naturels)

1. Nombres entiers relatifs

Définition : Un **nombre entier relatif** est un nombre entier qui est positif ou négatif.

L'ensemble des **nombres entiers relatifs** est noté ℤ**.**

ℤ =.

Exemples : ℤ ℤ ℤ

###### **Partie 2 : Nombres décimaux, nombres rationnels**

1. Nombres décimaux

Définition : Un **nombre décimal** est un nombre qui s’écrit avec un nombre fini de chiffres après la virgule.

L'ensemble des **nombres décimaux** est noté ⅅ**.**

Exemples : ⅅ ⅅ

ⅅ car ⅅ car

Remarque :

Un nombre décimal peut toujours s’écrire sous la forme de la fraction d’un entier et d’une puissance de 10.

Par exemple  = =

1. Nombres rationnels

Définition : Un **nombre rationnel** est une fraction (\*).

L'ensemble des **nombres rationnels** est notéℚ**.**

(\*) Une fraction s’écrit sous la forme d'un quotient avec *a* un entier et *b* un entier non nul.

Exemples : ℚ ℚ ℚ ℚ

**Démonstration au programme :**

 **Vidéo** [**https://youtu.be/SHRo1ISyIXI**](https://youtu.be/SHRo1ISyIXI)

Démontrons que le nombre rationnel n’est pas décimal.

On va effectuer une démonstration par l’absurde en supposant que est décimal.

Si notre démonstration aboutit à une absurdité, cela prouvera que notre hypothèse de départ est fausse.

Supposons donc que est décimal.

Alors il peut s’écrire sous la forme de la fraction d’un entier et d’une puissance de 10.

Soit = avec entier et entier naturel.

Donc et donc est divisible par 3.

Un nombre est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Or, ceci est impossible car la somme des chiffres de est 1, et 1 n’est pas divisible par 3.

Donc l’hypothèse posée au départ est fausse et donc n’est pas décimal

###### **Partie 3 : Notion de nombres réels**

1. Nombres irrationnels

Définition : Un **nombre irrationnel** est un nombre qui ne peut pas s’écrire à l’aide d’une fraction.

Exemples :

, ou encore sont des nombres irrationnels.

Ils ne peuvent pas s’écrire sous la forme d’une fraction.

Remarque :

Il n’est pas possible d’écrire un nombre irrationnel sous forme décimale. Les décimales qui le constituent sont en nombre infini et se suivent sans suite logique.

1. Nombres réels

Définition : Un nombre réel est un nombre rationnel ou irrationnel.

L'ensemble des **nombres réels** est notéℝ**.**

Exemples :

, , , , ou appartiennent àℝ.

Remarques :

* Un nombre est réel s’il est l’abscisse d’un point d’une droite graduée appelée la **droite numérique**.
* ℝ est l'ensemble de tous les nombres que nous utilisons en classe de seconde.

**Démonstration au programme :** Irrationalité de

 **Vidéo** [**https://youtu.be/oRcTlNh1Sjc**](https://youtu.be/oRcTlNh1Sjc)

On va effectuer une démonstration par l’absurde en supposant que est rationnel.

Si notre démonstration aboutit à une absurdité, cela prouvera que notre hypothèse de départ est fausse.

Supposons donc que est un rationnel.

Il s’écrit alors = avec et entiers naturels premiers entre eux, non nul.

Ainsi : = 2 soit .

On en déduit que est pair, ce qui entraîne que est pair.

En effet, si était impair, alors serait impair (voir Chapitre « Notion de multiple, diviseur et nombre premier »).

Puisque est pair, il existe un entier naturel tel que .

Comme,

On a :

Soit :

Soit encore .

On en déduit que est pair, ce qui entraîne que est pair.

Or, et sont premiers entre eux, donc ils ne peuvent être pairs simultanément. On aboutit à une absurdité.

Donc, n’est pas un rationnel. Et donc, est un irrationnel.

*« Les nombres entiers permettent de compter, les nombres réels permettent de mesurer. »*

###### **Partie 4 : Classification des nombres**



La classification des nombres :

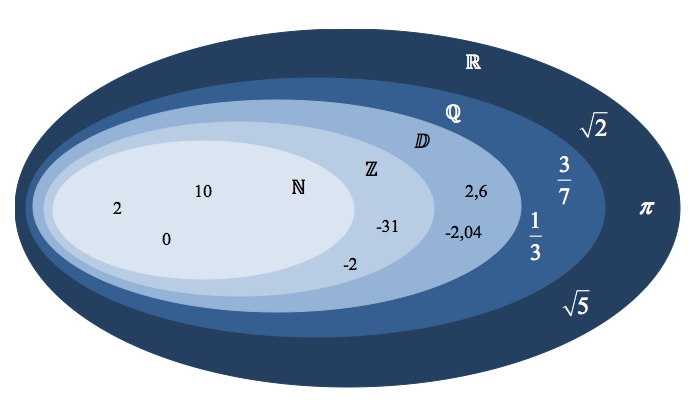
 **Vidéo** [**https://youtu.be/kL-eMNZiARM**](https://youtu.be/kL-eMNZiARM)

Si un nombre appartient à ℕ, alors il appartient à ℤ.

Par exemple : ℕ donc ℤ.

On dit que l’ensemble ℕ est inclus dans l’ensemble ℤ. On note : ℕ ℤ.

On a également les inclusions suivantes :

ℕ ℤ ⅅ ℚ ℝ

Méthode : Reconnaître la nature d’un nombre

**Vidéo** [**https://youtu.be/pKxTaiqnyHg**](https://youtu.be/pKxTaiqnyHg)

Quel est le plus petit ensemble de nombres auquel appartient chacun des nombres suivants ?

1) 2) 3) 4) 5) 6)

**Correction**

1)

Donc ⅅ car le nombre de décimales après la virgule est en nombre fini.

2)

Donc car s’écrit uniquement sous forme d’une fraction et ne peut pas s’écrire sous forme décimale.

3) ⅅ car le nombre de décimales après la virgule est en nombre fini.

4)

Donc ℕ car est un nombre entier positif.

5)

Donc ℝ car c’est un nombre irrationnel.

Donc ⅅ car le nombre de décimales après la virgule est en nombre fini.

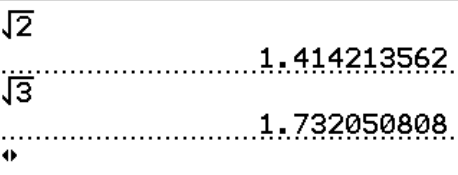
Déterminer un arrondi d’un nombre :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/53VOST9yJfg**](https://youtu.be/53VOST9yJfg)

Méthode : Donner un encadrement d’un nombre réel

 **Vidéo** [**https://youtu.be/sJIXJT3fdcU**](https://youtu.be/sJIXJT3fdcU)

A l’aide de la calculatrice donner un encadrement à de et de .



**Correction**

La calculatrice affiche des valeurs approchées :

Donner un encadrement à , c’est donner un encadrement d’amplitude .

On a alors les encadrements à : et .



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)