MULTIPLES, DIVISEURS, NOMBRES PREMIERS

 **Tout le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/9l4EvLS0ezA**](https://youtu.be/9l4EvLS0ezA)

###### **Partie 1 : Multiples et diviseurs**

Définition : Soit et deux entiers naturels.

On dit que est un **multiple** de s’il existe un entier tel que .

Remarque**:** On dit alors que est un **diviseur** de .

Exemple :

 est un multiple de , car avec .

Méthode : Démontrer qu’un nombre est un multiple ou un diviseur

 **Vidéo** [**https://youtu.be/umlnJooSDas**](https://youtu.be/umlnJooSDas)

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1. 36 est un multiple de 12.
2. 28 est un multiple de 8.
3. 6 est un diviseur de 54.
4. 7 est un diviseur de 24.

**Correction**

1) VRAI : est un multiple de , car avec .

2) FAUX : n’est pas un multiple de car il n’existe pas d’entier *k* tel que .

3) VRAI : est un diviseur de , car avec .

4) FAUX : n’est pas un diviseur de car il n’existe pas d’entier tel que .

Propriété : La somme de deux multiples d’un entier est un multiple de .

Exemple :

700 et 21 sont des multiples de 7 donc :

721 = 700 + 21 est un multiple de 7.

**Démonstration au programme :** avec

 **Vidéo** [**https://youtu.be/4an6JTwrJV4**](https://youtu.be/4an6JTwrJV4)

Démontrons que la somme de deux multiples de 3 est un multiple de 3.

Soit et deux multiples de .

Comme est un multiple de , il existe un entier tel que .

Comme est un multiple de , il existe un entier tel que .

Alors : *2*.

est un entier car somme de deux entiers, donc avec entier.

est donc un multiple de .

Méthode : Résoudre un problème avec des multiples ou des diviseurs

 **Vidéo** [**https://youtu.be/7nU2M-zhAjk**](https://youtu.be/7nU2M-zhAjk)

Montrer que la somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de 3.

**Correction**

Soit trois entiers consécutifs qui peuvent donc s’écrire sous la forme :

 , et , où est un entier quelconque.

Leur somme est :

.

Donc , avec entier.

On en déduit que est un multiple .

###### **Partie 2 : Nombres pairs, nombres impairs**

Définition : Un nombre **pair** est un multiple de 2.

Un nombre **impair** est un nombre qui n’est pas pair.

Exemples :

* est pair, car c’est un multiple de , on a
* est impaire car il n’existe pas d’entier tel que .

Propriétés : Un nombre pair s’écrit sous la forme , avec entier.

Un nombre impair s’écrit sous la forme , avec entier.

Exemples :

* , avec .
* , avec .

Propriétés :

****

Méthode : Déterminer la parité d’un nombre

 **Vidéo** [**https://youtu.be/cE3gOMZ0Kko**](https://youtu.be/cE3gOMZ0Kko)

Quelle est la parité de

**Correction**

 PAIR PAIR

Donc est pair car PAIR PAIR → PAIR

On peut donc écrire , avec entier.

Et donc :

 est impair.

Propriété : Le carré d’un nombre impair est impair.

**Démonstration au programme :**

 **Vidéo** [**https://youtu.be/eKo1MpX9ktw**](https://youtu.be/eKo1MpX9ktw)

Soit est un nombre impair. Alors il s’écrit sous la forme , avec entier.

Donc , avec .

 est entier car somme de deux entiers, donc s’écrit sous la forme et donc est impair.

Méthode : Résoudre un problème avec des nombres pairs ou impairs

 **Vidéo** [**https://youtu.be/xCLLqx11Le0**](https://youtu.be/xCLLqx11Le0)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/3Gv\_z0pM9pM**](https://youtu.be/3Gv_z0pM9pM)

Montrer que le produit de deux entiers consécutifs est un nombre pair.

**Correction**

Soit deux entiers consécutifs et .

- Si est pair, alors il s’écrit sous la forme , avec entier.

Alors le produit des deux entiers consécutifs s’écrit :

 entier.

Donc est pair.

- Si est impair, alors il s’écrit sous la forme , avec entier.

Alors le produit des deux entiers consécutifs s’écrit :

, avec entier.

Donc est pair.

Dans tous les cas, le produit de deux entiers consécutifs est un nombre pair.

###### **Partie 3 : Nombres premiers (Rappels)**

Définition : Un nombre est **premier** s’il possède exactement deux diviseurs qui sont 1 et lui-même.

Exemples :

Divertissement :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, … Cette liste est infinie.

Remarque :

Le nombre 1 n’est pas premier car il n’a qu’un seul diviseur.

Méthode : Démontrer qu’un nombre est premier

 **Vidéo** [**https://youtu.be/kLs0TiIz7lc**](https://youtu.be/kLs0TiIz7lc)

Vérifier si le nombre 97 est premier.

**Règles de divisibilité (rappels) :**

2 : Le chiffre des unités est pair (0, 2, 4, 6, 8).

3 : La somme des chiffres est divisible par 3.

5 : Le chiffre des unités est 0 ou 5.

9 : La somme des chiffres est divisible par 9.

10 : Le chiffre des unités est 0.

**Correction**

On cherche tous les diviseurs éventuels de 97 jusqu’à . Il n’est pas nécessaire de tester tous les entiers inférieurs à 97.

On va donc tester les entiers de 2 à 9.

* **2 :** Non ! 97 ne se termine pas par un chiffre pair.
* **3 :** Non ! 9+7=16 et 16 n’est pas divisible par 3.
* **4 :** Non ! Un nombre qui n’est pas divisible par 2, ne l’est pas par 4.
* **5 :** Non ! 97 ne se termine pas par 0 ou 5.
* **6 :** Non ! Un nombre qui n’est pas divisible par 2, ne l’est pas par 6.
* **7 :** Non ! 70+28=98. 70 et 28 sont divisibles par 7, donc 98 l’est et 97 ne l’est pas.
* **8 :** Non ! Un nombre qui n’est pas divisible par 2, ne l’est pas par 8.
* **9 :** Non ! Un nombre qui n’est pas divisible par 3, ne l’est pas par 9.

97 n’est divisible par aucun des entiers de 2 à 9.

Donc 97 est un nombre premier.

Propriété : Tout nombre non premier peut se décomposer en produit de facteurs premiers. L’ordre des facteurs n’a pas d’importance.

Exemple :

Définition : On dit qu’une fraction est irréductible, lorsque son numérateur et son dénominateur n’ont pas de diviseur commun autre que 1.

Méthode : Rendre une fraction irréductible

 **Vidéo** [**https://youtu.be/qZaTliAWkA0**](https://youtu.be/qZaTliAWkA0)

Rendre irréductible la fraction .

**Correction**

Pour rendre une fraction irréductible, il faut décomposer son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers.

On ainsi les décompositions de et  :

 et

On a : = = =

 et n’ont pas de diviseur commun autre que 1 et donc :

 est la fraction irréductible égale à .

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)