

LES FRACTIONS - Chapitre 1/3

▶ Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/a0Qb812W75c>



Nous devons les **fractions** aux égyptiens, puisqu'ils sont à l'origine des fractions de numérateur 1 qui seront généralisées ensuite par les indiens.

Nous trouvons à ce sujet un épisode sanglant de la mythologie égyptienne où *Seth* (Dieu de la violence) arrache l'œil à *Horus* (Dieu à tête de faucon et à corps d'homme) et le partage en 6 morceaux.

Son œil est appelé OUDJAT ; chacune de ses parties symbolise une fraction de numérateur 1 et de dénominateur 2, 4, 8, 16, 32 et 64.

Thot (Dieu humain) reconstitue l'œil, symbole du bien mais la somme de ces parts n'est pas égale à 1 (l'œil entier). La dernière part est fournie par Thot.

Quelle fraction représente cette part ?

Partie 1 : Fractions égales

1) Simplifier une fraction

Méthode : Simplifier une fraction par décomposition en produits de facteurs premiers

▶ Vidéo <https://youtu.be/HkqUaPYgwQM>

Simplifier au maximum la fraction $\frac{153}{85}$.

Correction

Pour simplifier une fraction, il faut décomposer son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 153 & 3 \\ 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 85 & 5 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

On a ainsi les décompositions de 153 et 85 :

$$153 = 3 \times 3 \times 17 \text{ et } 85 = 5 \times 17$$

$$\text{Donc : } \frac{153}{85} = \frac{3 \times 3 \times 17}{5 \times 17} = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5}$$

Méthode : Simplifier une fraction par divisions successives (Rappel)

 Vidéo <https://youtu.be/6ce96Tze9nl>

Simplifier la fraction $\frac{1\,470}{1\,680}$.

Correction

On applique les règles de divisibilité.

- 1 470 et 1 680 se terminent par 0, donc sont divisibles par 10.

$$\text{On a ainsi : } \frac{1\,470}{1\,680} = \frac{147}{168}$$

:10

- 147 : 1 + 4 + 7 = 12 est divisible par 3, donc 147 également.
168 : 1 + 6 + 8 = 15 est divisible par 3, donc 168 également.

$$\text{On ainsi : } \frac{147}{168} = \frac{49}{56}$$

:3

- 49 et 56 sont divisible par 7.

$$\text{On ainsi : } \frac{49}{56} = \frac{7}{8}$$

:7

- Résumons :

$$\frac{1\,470}{1\,680} = \frac{147}{168} = \frac{49}{56} = \frac{7}{8}$$

2) Mettre des fractions au même dénominateur

Méthode : Mettre des fractions au même dénominateur (Rappel)

 Vidéo <https://youtu.be/B48IJDuyACg>

Mettre au même dénominateur les couples de fractions :

a) $\frac{4}{7}$ et $\frac{-5}{35}$ b) $\frac{5}{8}$ et $\frac{5}{-12}$

Correction

a) • 1^{ère} fraction : On garde $\frac{4}{7}$

- 2^e fraction : On divise par 5 le numérateur et le dénominateur.

$$\frac{-5}{35} = \frac{-1}{7}$$

- b) • 1^{ère} fraction : On multiplie par 3 le numérateur et le dénominateur.

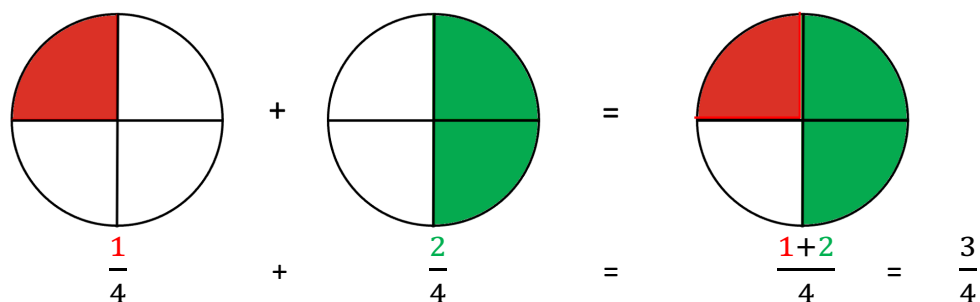
$$\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$$

- 2^e fraction : On multiplie par -2 le numérateur et le dénominateur.

$$\frac{5}{-12} = \frac{-10}{24}$$

Partie 2 : Additions et soustractions de fractions

1) Avec le même dénominateur



$$\frac{a}{D} + \frac{b}{D} = \frac{a+b}{D}$$

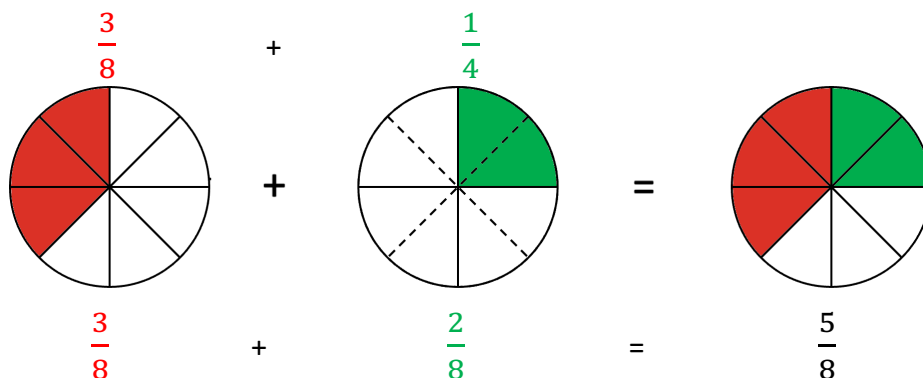
Lorsqu'on additionne deux fractions qui ont le MÊME DENOMINATEUR, on additionne les numérateurs $a + b$ et on garde le dénominateur D .

$$\frac{a}{D} - \frac{b}{D} = \frac{a-b}{D}$$

Lorsqu'on soustrait deux fractions qui ont le MÊME DENOMINATEUR, on soustrait les numérateurs $a - b$ et on garde le dénominateur D .

2) Avec des dénominateurs différents

Exemple :



On ne peut pas additionner ou soustraire deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur.
Alors, **on commence par les mettre au même dénominateur !**

Méthode : Additionner et soustraire des fractions (2)

 Vidéo <https://youtu.be/nsc675xcjPc>

Calculer puis simplifier si possible :

$$A = \frac{4}{9} + \frac{1}{27}$$

$$B = \frac{-2}{3} + \frac{3}{4}$$

$$C = \frac{-7}{25} + \frac{3}{15}$$

$$D = \frac{1}{2} - \frac{-2}{6} + \frac{4}{9} + \frac{5}{-6}$$

$$E = \frac{4}{7} - \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{5} \right)$$

$$F = 7 + \frac{2}{3}$$

Correction

$$\begin{aligned} A &= \frac{4}{9} + \frac{1}{27} \\ &= \frac{4 \times 3}{9 \times 3} + \frac{1}{27} \\ &= \frac{12}{27} + \frac{1}{27} \\ &= \frac{13}{27} \end{aligned}$$

← Les dénominateurs sont différents.

← On commence par mettre les deux fractions au même dénominateur : 27

$$\begin{aligned} B &= \frac{-2}{3} + \frac{3}{4} \\ &= \frac{-2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3} \\ &= \frac{-8}{12} + \frac{9}{12} \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{-7}{25} + \frac{3}{15} \\ &= \frac{-7 \times 3}{25 \times 3} + \frac{3 \times 5}{15 \times 5} \\ &= \frac{-21}{75} + \frac{15}{75} \\ &= \frac{-6}{75} \\ &= -\frac{2}{25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} - \frac{-2}{6} + \frac{4}{9} + \frac{5}{-6} \\ &= \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{8}{18} - \frac{15}{18} \\ &= \frac{8}{18} \\ &= \frac{4}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{4}{7} - \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{5} \right) \\ &= \frac{4}{7} - \left(\frac{10}{35} + \frac{7}{35} \right) \\ &= \frac{4}{7} - \frac{17}{35} \\ &= \frac{20}{35} - \frac{17}{35} \\ &= \frac{3}{35} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= 7 + \frac{2}{3} \\ &= \frac{7}{1} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{7 \times 3}{1 \times 3} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{21}{3} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{23}{3} \end{aligned}$$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales