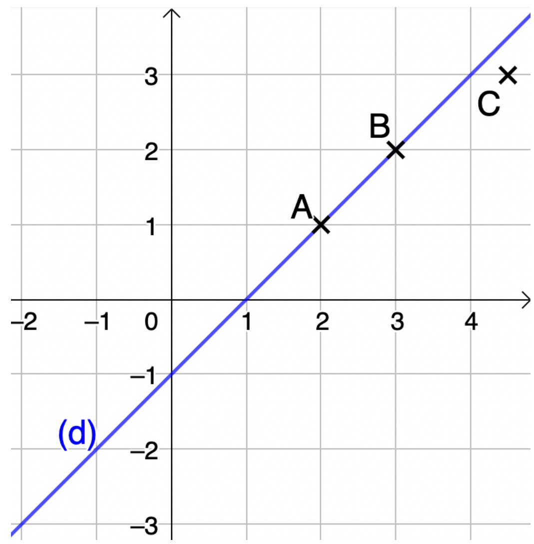
FONCTIONS AFFINES – Chapitre 2/2

Tout le cours en vidéo : https://youtu.be/n5_pRx4ozlg

Partie 1 : Fonction affine et droite associée

Vidéo https://youtu.be/KR8AgLUngeg

Exemple :
Soit (d) la représentation graphique de la fonction affine définie par $f(x) = x - 1$.



On a par exemple :
Si $x = 2$, alors $f(x) = f(2) = 2 - 1 = 1$.
Le point A de coordonnées $(2\,;1)$ appartient à la droite (d).

De même, si $x = 3$, alors $f(x) = f(3) = 3 - 1 = 2$.
Le point B de coordonnées $(3\,;2)$ appartient à la droite (d).

De façon générale :
Le point M de coordonnées $(x\,;f(x))$ appartient à la droite (d).

Cependant :
Le point C de coordonnées $(4{,}5\,;3)$ n'appartient pas à la droite (d).
En effet, si $x = 4{,}5$, alors $f(x) = f(4{,}5) = 4{,}5 - 1 = 3{,}5$ et non pas 3 !

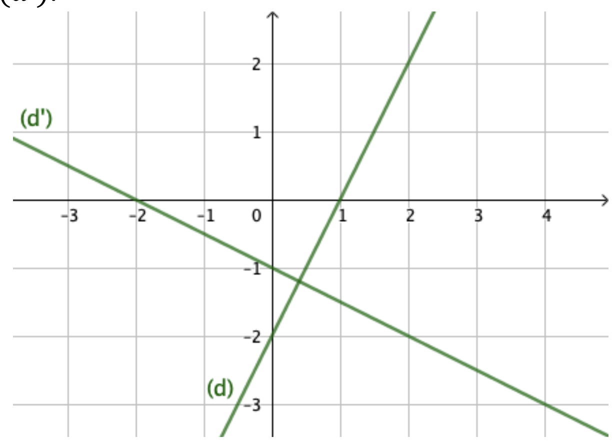
Partie 2 : Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

Définition : Soit la fonction affine f définie par $f(x) = ax + b$.
- a s'appelle le **coefficient directeur**,
- b s'appelle l'**ordonnée à l'origine**.

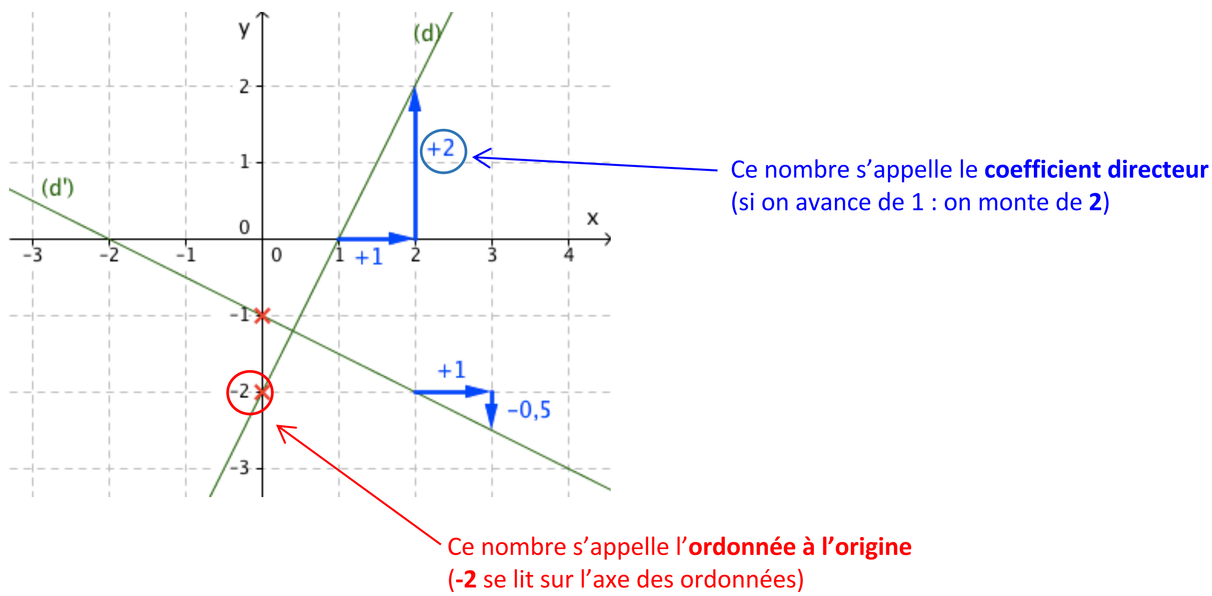
Méthode : Déterminer une fonction affine à l'aide de son coefficient directeur et de son ordonnée à l'origine

Vidéo https://youtu.be/E0NTyDRqWfM
Vidéo https://youtu.be/bgySp9gT8kA
Vidéo https://youtu.be/tEiuCP_oekY
Vidéo https://youtu.be/q68CLk2CNik

Déterminer graphiquement l'expression de la fonction f représentée par la droite (d) et de la fonction g représentée par la droite (d').



Correction



Pour (d) : Le coefficient directeur est 2
L'ordonnée à l'origine est -2
L'expression de la fonction f, représentée par la droite (d), est : $f(x) = 2x - 2$

Pour (d') : Le coefficient directeur est $-0{,}5$
L'ordonnée à l'origine est -1
L'expression de la fonction g, représentée par la droite (d'), est : $g(x) = -0{,}5x - 1$

Remarques :
- Si le coefficient directeur est ***positif***, alors on « ***monte*** » sur la droite en la parcourant de gauche à droite. On dit que la fonction affine associée est ***croissante***.
- Si le coefficient directeur est ***négatif***, alors on « ***descend*** » sur la droite en la parcourant de gauche à droite. On dit que la fonction affine associée est ***décroissante***.

Partie 3 : Accroissements (non exigible)

Propriété des accroissements :
Soit la fonction affine f définie par $f(x) = ax + b$ et deux nombres distincts m et n.
Alors : $a = \frac{f(m)-f(n)}{m-n}$.

Remarque : Dans le calcul de a, inverser m et n n'a pas d'importance.
En effet : $\frac{f(m)-f(n)}{m-n} = \frac{f(n)-f(m)}{n-m}$

Exemple :
On considère la fonction affine f telle que $f(2) = 3$ et $f(5) = 4$.
Le coefficient directeur de la droite représentative de f est égal à :
$$\frac{f(2) - f(5)}{2 - 5} = \frac{3 - 4}{2 - 5} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

TP info : « Fonctions affines »
https://www.maths-et-tiques.fr/telech/rep_fa.xls

Partie 4 : Déterminer une fonction affine à partir de deux images (Non exigible)

Méthode : Déterminer l'expression d'une fonction affine

Vidéo https://youtu.be/cXl6snfEJbg

Déterminer la fonction affine f vérifiant : $f(2) = 4$ et $f(5) = 1$

Correction
f est une fonction affine de la forme $f(x) = ax + b$
Déterminer f revient à trouver les valeurs de a et b.

- On applique la propriété des accroissements pour trouver le coefficient directeur a :

$$a = \frac{f(2) - f(5)}{2 - 5} = \frac{4 - 1}{2 - 5} = \frac{3}{-3} = -1$$

donc : $f(x) = (-1)x + b$ soit $f(x) = -x + b$.

- Or, on a par exemple : $f(5) = 1$

Comme : $f(x) = -x + b$
On a : $f(5) = -5 + b$
Donc : $1 = -5 + b$
Soit : $b = 1 + 5$
$b = 6$

D'où : $f(x) = -x + 6$.

Remarque : On peut vérifier en calculant $f(2)$ et $f(5)$.