ÉQUATIONS

 **Tout le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/WoTpA2RyuVU**](https://youtu.be/WoTpA2RyuVU)

TP info : Al Khwarizmi

[*http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Alkhwa\_Rech.pdf*](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Alkhwa_Rech.pdf)

La méthode de résolution des équations (*muadala*) découverte par le perse *Abu Djafar Muhammad ibn Musa* ***al Khwarizmi*** (Bagdad, 780-850) consiste en :

 - **al jabr** (le reboutement, 4x - 3 = 5 devient 4x = 5 + 3), le mot est devenu "algèbre" aujourd’hui.
Dans l’équation, un terme négatif est accepté mais al Khwarizmi s’attache à s’en débarrasser au plus vite. Pour cela, il ajoute son opposé des deux côtés de l’équation.

 - **al muqabala** (la réduction, 4x = 9 + 3x devient x = 9)
Les termes semblables sont réduits.

A cette époque, la « famille des nombres » est appelée *dirham* et la « famille des *x*» est appelée *chay* (=chose), devenu plus tard *xay* en espagnol qui explique l’origine du *x* dans les équations.

**Partie 1 : Notion d’équation**

INCONNUE : C’est une lettre qui cache un nombre cherché :

→ $x$

EQUATION : C’est une opération « à trous » dont « les trous » sont remplacés par une inconnue : → $10x-2=2x+3$

RESOUDRE UNE EQUATION : C’est chercher et trouver le nombre caché sous l’inconnue.

SOLUTION : C’est le nombre caché sous l’inconnue :

→ $x=0,625$

VÉRIFICATION : On remplace la solution dans l’équation.

→ $10×0,625-2=2×0,625+3$, donc $0,625$ est solution.

Méthode : Vérifier si un nombre est solution d’une équation

 **Vidéo** [**https://youtu.be/PLuSPM6rJKI**](https://youtu.be/PLuSPM6rJKI)

Vérifier si 14 est solution de l’équation $4\left(x-2\right)=3x+6$

**Correction**

On remplace la valeur $14$ dans les deux membres de l’équation.

* D’une part :

$4\left(x-2\right)=$ $4(14-2)=4×12=48 $

* D’autre part :

$3x+6=$ $3×14+6=42+6=48$

14 vérifie l’équation $4\left(x-2\right)=3x+6$ donc $14$ est solution !

TP info : « Recherche de la solution d’une équation »

<http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.pdf>

<http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Rech_sol.ods> (Feuille de calcul OOo)

**Partie 2 : Résolution d’équations**

But : Trouver $x $!

C'est-à-dire : isoler $x $dans l’équation pour arriver à :

$x$ = nombre

 1) Rappels sur les équations vues en 4e

Méthode : Résoudre une équation

 **Vidéo** [**https://youtu.be/quzC5C3a9jM**](https://youtu.be/quzC5C3a9jM)

Résoudre les équations : 1) $-5x+3=-3x+2$

 2) $3\left(x+4\right)=-\left(x+5\right)+2$

**Correction**

← On ramène les « $x$ » à gauche et les « nombres » à droite.

← Réduire

← On divise par $-2$.

1) $-5x+3=-3x+2$

$$ -5x+3x=2-3$$

$$ -2x=-1$$

$$ x=\frac{-1}{-2}$$

$$ x=\frac{1}{2}$$

2) $3\left(x+4\right)=-\left(x+5\right)+2$

$ 3x+12=-x-5+2$ On applique la distributivité

$$ 3x+x=-12-5+2$$

$$ 4x=-15$$

$$ x=-\frac{15}{4}$$

 2) Équation produit

Si $a×b=0$, que peut-on dire de $a$ et $b$ ?

« Faire des essais sur des exemples, puis conclure … ! »

Propriété : Si $a×b=0$ alors $a=0$ ou $b=0$.

Si un produit de facteurs est nul, alors l’un au moins des facteurs est nul.

Méthode : Résoudre une équation-produit

 **Vidéo** [**https://youtu.be/APj1WPPNUgo**](https://youtu.be/APj1WPPNUgo)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/VNGFmMt1W3Y**](https://youtu.be/VNGFmMt1W3Y)

Résoudre les équations :

 a) $(4x+6)(3-7x)=0$ b) $4x^{2}+x=0$ c) $x^{2}-25=0$ d) $x^{2}-3=0$

**Correction**

a) Si un produit de facteurs est nul, alors l’un au moins des facteurs est nul.

Alors :$4x+6=0$ou $3-7x=0$

$4x=-6$$-7x=-3$

$x =$– $\frac{6}{4}$$x =$$\frac{-3}{-7}$

$x =$– $\frac{3}{2}$$x =$$\frac{3}{7}$$S=\left\{-\frac{3}{2} ; \frac{3}{7}\right\}$

b) $4x^{2}+x=0$

 $x(4x+1)=0$

Si un produit de facteurs est nul, alors l’un au moins des facteurs est nul.

Alors : $x=0$ou $4x+1=0$

 $4x=-1$

 $x =$– $\frac{1}{4}$

$$ S=\left\{-\frac{1}{4} ; 0\right\}$$

c) $x^{2}-25=0$

$$ x^{2}-5^{2}=0$$

 $ (x-5)(x+5)=0$

Si un produit de facteurs est nul, alors l’un au moins des facteurs est nul.

Alors : $x-5=0$ou $x+5=0$

$x=5$ $x=-5$

$$ S=\left\{-5 ; 5\right\}$$

d) $x^{2}-3=0$

$$ x^{2}-\sqrt{3}^{2}=0$$

 $\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)=0$

Si un produit de facteurs est nul, alors l’un au moins des facteurs est nul.

Alors : $x-\sqrt{3}=0$ou $x+\sqrt{3}=O$

$x=\sqrt{3}$ $x=-\sqrt{3}$

$$ S=\left\{-\sqrt{3} ; \sqrt{3}\right\}$$

**Partie 3 : Application à la résolution de problèmes**

Méthode : Mettre un problème en équation

 **Vidéo** [**https://youtu.be/flObKE\_CyHw**](https://youtu.be/flObKE_CyHw)

Deux agriculteurs possèdent des champs ayant un côté

commun de longueur inconnue. L’un est de forme carrée,

l’autre à la forme d’un triangle rectangle de base 100m.

Sachant que les deux champs sont de surface égale,

calculer leurs dimensions.

**Correction**

On désigne par $x$la longueur du côté commun.

Les données sont représentées sur la figure suivante :

*x*

100

L’aire du champ carré est égale à $x^{2}$*.*

L’aire du champ triangulaire est égale à $\frac{100x}{2}$$=50x$

Les deux champs étant de surface égale, le problème peut se ramener à résoudre l’équation :

$$x^{2}=50x$$

Soit$x^{2}-50x=0$

$x(x-50)=0$

Si un produit de facteurs est nul alors l’un au moins des facteurs est nul.

Alors$x=0$ ou$x-50=0$

$x=0$ ou$x=50$

La première solution ne convient pas à la situation du problème. On en déduit que le premier champ est un carré de côté de longueur $50 m$ et le deuxième est un triangle rectangle dont les côtés de l’angle droit mesurent $100 m$ et $50 m$.

Activité de groupe : Moquettes !

[*http://www.maths-et-tiques.fr/telech/MOQUETTES.pdf*](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/MOQUETTES.pdf)

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)