DÉRIVATION – Chapitre 2/2

**Partie 1 : Fonction dérivée**

Définition : La fonction qui à tout réel associe le nombre dérivé de en est appelée **fonction dérivée** de et se note .

Notation : La fonction dérivée se note : ou

Formules de dérivation des fonctions usuelles :

|  |  |
| --- | --- |
| **Fonction**  | **Dérivée**  |
| ,  |  |
| ,  |  |
|  |  |
|   |   |
|  |  |
|  |  |

Méthode : Dériver les fonctions usuelles

 **Vidéo** [**https://youtu.be/kiemuwNkQhY**](https://youtu.be/kiemuwNkQhY)

Calculer la dérivée de chacune des fonctions :

 ;  ;  ;

**Correction**

Premières formules d'opération sur les fonctions dérivées :

|  |  |
| --- | --- |
| **Fonction**  | **Dérivée**  |
|   |  |
| , |  |

Méthode : Calculer des fonctions dérivées

 **Vidéo** [**https://youtu.be/uTk3T\_GfwYo**](https://youtu.be/uTk3T_GfwYo)

Dans chaque cas, calculer la fonction dérivée de la fonction :

1) 2) 3) 4)

**Correction**

1)

2)

3)

4)

**Partie 2 : Fonction dérivée d’une fonction polynôme**

 1) Fonction polynôme de degré 2

Soit une fonction polynôme du second degré définie par .

Pour déterminer la fonction dérivée , on applique la technique suivante :



Définition : Soit une fonction polynôme du second degré définie sur ℝ par

.

On appelle **fonction dérivée** de , notée , la fonction définie sur ℝ par

.

Méthode : Déterminer la fonction dérivée d’une fonction polynôme du second degré

 **Vidéo** [**https://youtu.be/5WDIrv\_bEYE**](https://youtu.be/5WDIrv_bEYE)

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

a) b) c)

d) e) f)

**Correction**

a) donc

b) donc

c) donc

d) donc

e) donc

f) donc

 2) Fonction polynôme de degré 3

Soit une fonction polynôme du troisième degré définie par :

.

Pour déterminer la fonction dérivée , on applique la technique suivante :



Définition : Soit une fonction polynôme du troisième degré définie sur ℝ par

.

On appelle **fonction dérivée** de , notée , la fonction définie sur ℝ par

.

Méthode : Déterminer la fonction dérivée d’une fonction polynôme du troisième degré

 **Vidéo** [**https://youtu.be/1fOGueiO\_zk**](https://youtu.be/1fOGueiO_zk)

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

a) b)

c) d)

e) f)

**Correction**

a) donc

b) donc

c) donc

d) donc

e) donc

f) donc

**Partie 3 : Opérations sur les fonctions dérivées**

 1) Produit et quotient de fonctions dérivées :

|  |  |
| --- | --- |
| **Fonction** | **Dérivée** |
|   |  |
|  |  |
|  |  |

Méthode : Calculer les dérivées de sommes, produits et quotients de fonctions

 **Vidéo** [**https://youtu.be/1fOGueiO\_zk**](https://youtu.be/1fOGueiO_zk)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/OMsZNNIIdrw**](https://youtu.be/OMsZNNIIdrw)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/jOuC7aq3YkM**](https://youtu.be/jOuC7aq3YkM)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/-MfEczGz\_6Y**](https://youtu.be/-MfEczGz_6Y)

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

a) b) c)

**Correction**

a) avec

 Donc :

 +

b) avec

 Donc : = =

c) avec

 Donc :

 2) Dérivées de fonctions composées

|  |  |
| --- | --- |
| **Fonction** | **Dérivée** |
|  |  |
|  |  |
|   |   |

Méthode : Calculer les dérivées de fonctions composées

 **Vidéo** [**https://youtu.be/Py4f2YAwebA**](https://youtu.be/Py4f2YAwebA)

Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

1) 2)

**Correction**

1) 2)

 donc : donc :

**Partie 4 : Application à l'étude des variations d'une fonction**

Théorème :

- Si, alors est décroissante.

- Si, alors est croissante.

Méthode : Étudier les variations d’une fonction polynôme du second degré

 **Vidéo** [**https://youtu.be/EXTobPZzORo**](https://youtu.be/EXTobPZzORo)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/zxyKLqnlMIk**](https://youtu.be/zxyKLqnlMIk)

Soit la fonction définie sur par.

a) Calculer la fonction dérivée de .

b) Déterminer le signe de en fonction de *x*.

c) Dresser le tableau de variations de .

**Correction**

a) .

b) Étude du signe de la dérivée :

On commence par résoudre l’équation .

Soit :

 .

La fonction est une fonction affine représentée par une droite dont le coefficient directeur 4 est positif.

Donc est croissante. Elle est donc d’abord négative (avant ) puis positive (après ).

c) On dresse le tableau de variations en appliquant le théorème :

|  |  |
| --- | --- |
|  |   |
|  | – |   |
|  |    |

.

**Partie 5 : Extremum d'une fonction**

|  |  |
| --- | --- |
| La fonction admet un **maximum** au point où la dérivée s’annule et change de signe. | La fonction admet un **minimum** au point où la dérivée s’annule et change de signe. |

 





Théorème : Soit une fonction dérivable sur un intervalle ouvert .

Si la dérivée s'annule et change de signe en un réel alors admet un extremum en

.

Méthode : Déterminer un extremum d’une fonction

 **Vidéo** [**https://youtu.be/zxyKLqnlMIk**](https://youtu.be/zxyKLqnlMIk)

Soit la fonction définie sur par .

a) Calculer la fonction dérivée de .

b) Déterminer le signe de en fonction de .

c) Dresser le tableau de variations de .

d) En déduire que la fonction admet un extremum sur . On précisera la valeur où il est atteint.

**Correction**

a)

b) Étude du signe de la dérivée :

On commence par résoudre l’équation .

Soit :

 .

La fonction est une fonction affine représentée par une droite dont le coefficient directeur 10 est positif.

 est croissante. Elle est donc d’abord négative (avant ) puis positive (après ).

c) On dresse alors le tableau de variations :

|  |  |
| --- | --- |
|  |   |
|  |  |   |
|  |    |

d) On lit dans le tableau de variations que la fonction admet un minimum égal à en

 .

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)