DÉRIVATION – Chapitre 1/2

Le mot « dérivé » vient du latin « derivare » qui signifiait « détourner un cours d’eau ».

Le mot a été introduit par le mathématicien franco-italien *Joseph Louis Lagrange* (1736 ; 1813) pour signifier que cette nouvelle fonction dérive (au sens de "provenir") d'une autre fonction.

**Partie 1 : Limite en zéro d'une fonction**

Exemple :

Soit la fonction définie sur par .

L'image de 0 par la fonction n'existe pas. On s'intéresse cependant aux valeurs de lorsque se rapproche de 0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -0,5 | -0,1 | -0,01 | -0,001 | … | 0,001 | 0,01 | 0,1 | 0,5 |
|  | 1,5 | 1,9 | 1,99 | 1,999 | ? | 2,001 | 2,01 | 2,1 | 2,5 |

On constate que se rapproche de 2 lorsque se rapproche de 0.

On dit que la limite de lorsque tend vers 0 est égale à 2 et on note :.

**Partie 2 : Nombre dérivé**

 1) Rappel : Coefficient directeur (pente) d'une droite



Le coefficient directeur de la droite (AB) est égal à :

Le coefficient directeur de la droite (CD) est égal à :

2) Fonction dérivable



Sur le graphique ci-contre, la pente (coefficient directeur) de la droite (AM) sécante à la courbe est égale à :

 = , avec.

Lorsque M se rapproche de A, tend vers 0

(.

La droite (AM) se rapproche alors d’une position limite dont la pente est égale à .

Cette pente s'appelle le nombre dérivé de en et se note .

Le **nombre dérivé** de en est :

Méthode : Calculer le nombre dérivé

 **Vidéo** [**https://youtu.be/UmT0Gov6yyE**](https://youtu.be/UmT0Gov6yyE)

Soit la fonction définie sur par .

Calculer le nombre dérivé de la fonction en .

**Correction**

- On commence par calculer :   :

=

=

=

=

- On calcule la limite de lorsque tend vers 0 :

Donc : = = 6

Le nombre dérivé de en 2 est égal à 6. Et on note .

 2) Notations

Le nombre dérivé de en se note :

 ou ou ou encore

**Partie 3 : Tangente à une courbe**

1) Définition

Une tangente à une courbe est une droite qui « touche » la courbe en un point.

2) Coefficient directeur de la tangente



A est le point d'abscisse appartenant à la courbe représentative de la fonction .

Définition : La **tangente** à la courbe au point A d’abscisse est la droite :

 - passant par A,

 - de coefficient directeur le nombre dérivé .

Méthode : Déterminer le coefficient directeur d'une tangente à une courbe

 **Vidéo** [**https://youtu.be/0jhxK55jONs**](https://youtu.be/0jhxK55jONs)

On considère la fonction définie sur par dont le nombre dérivé en 2 a été calculé plus haut.

1) Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de au point A de la courbe d'abscisse 2.

2) a) En s’aidant de la calculatrice graphique, reproduire la courbe de la fonction *.*

 b) Construire la tangente à la courbe de la fonction en 2.

**Correction**

1) On a vu dans la partie 1 que le nombre dérivé de en 2 est égal à 6.

Ainsi la tangente à la courbe représentative de au point A de la courbe d'abscisse 2 est la droite passant par A et de coefficient directeur 6.

2) - On commence par placer le point A de coordonnées , avec

.

- On trace la tangente passant par A et de coefficient directeur 6.

*Pour cela, on avance de 1 dans le sens des abscisses puis de 6 dans le sens des ordonnées.*



Une fois la courbe tracée sur la calculatrice, on peut afficher la tangente.

Pour cela, saisir :

Avec TI-83 : Touches « 2nde » + « PGRM » (Dessin) puis « 5: Tangente » et saisir l’abscisse du point de tangence, ici 2. Puis « ENTER ».

Casio 35+ : Touches « SHIFT » + « F4 » (Skech) puis « Tang » et saisir l’abscisse du point de tangence, ici 2. Puis « EXE » + « EXE ».



 2) Équation de la tangente

Propriété : Une équation de la tangente à la courbe au point A d’abscisse est :

Méthode : Déterminer une équation d’une tangente à une courbe

 **Vidéo** [**https://youtu.be/fKEGoo50Xmo**](https://youtu.be/fKEGoo50Xmo)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/7-z62dSkkTQ**](https://youtu.be/7-z62dSkkTQ)

On considère la fonction trinôme définie sur par.

Déterminer une équation de tangente à la courbe représentative de au point de la courbe d'abscisse 2.

**Correction**

On a vu dans la méthode de la partie 1 que .

Donc une équation de la tangente à la courbe représentative de au point d'abscisse 2 est de la forme : , soit :

Soit encore :

Une équation de tangente à la courbe représentative de au point de la courbe d'abscisse 2 est .

 3) Approximation affine d’une fonction

Au voisinage du point de coordonnées , la tangente est une approximation affine de la courbe représentative de .

Cela signifie que l’équation de la tangente permet d’obtenir des valeurs approchées d’images par pour des valeurs proches de 2.

Exemple :

Dans l’exemple de la méthode précédente, on a :

Tangente en 2 :

Il est possible de calculer une approximation de au voisinage de 2 à l’aide de l’équation de la tangente.

On a par exemple :

 car l’équation de la tangente en 2 est .

Vérification :

et

On constate donc que

La tangente permet ainsi d’obtenir une bonne approximation de au voisinage de 2.

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)