

ARITHMÉTIQUE

Partie 1 : La division euclidienne (Rappel)

Méthode : Poser une division euclidienne

 Vidéo <https://youtu.be/2Ocfhucc58g>

Poser la division $73 : 3$.

Correction

$$\begin{array}{r}
 \text{Le dividende} \rightarrow \begin{array}{r} \overline{)73} \\ -6 \downarrow \\ \hline 13 \\ -12 \\ \hline 1 \end{array} \\
 \text{Le reste} \rightarrow 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 \\ \hline
 24
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \leftarrow \text{Le diviseur} \\
 \leftarrow \text{Le quotient}
 \end{array}$$

Le reste est toujours inférieur au diviseur.

Dans 73 , combien de fois 3 ? 24 fois 3 , et il reste 1 , soit :

$$73 = 3 \times 24 + 1$$

L'égalité euclidienne :

$$\text{DIVIDENDE} = \text{DIVISEUR} \times \text{QUOTIENT} + \text{RESTE}$$

Légendes :

Dans 7 , combien de fois 3 ? 2 fois !

$$2 \times 3 = 6$$

$$7 - 6 = 1$$

↓ On abaisse le 3 .

Dans 13 , combien de fois 3 ? 4 fois !

$$4 \times 3 = 12$$

$$13 - 12 = 1$$

On arrête, il n'y a plus de chiffre à abaisser.

Partie 2 : Divisibilité

Dans ce chapitre, on ne travaille qu'avec des nombres entiers !

1) Multiples et diviseurs

Exemple : $56 = 8 \times 7$

- 7 et 8 sont des **diviseurs** de 56 .
- 56 est un **multiple** de 7 et de 8 .
- 56 est **divisible** par 7 et par 8 .

Remarque : 0 n'est pas un diviseur car il est impossible de diviser un nombre par 0 .

Méthode : Déterminer les diviseurs d'un nombre

 Vidéo <https://youtu.be/jteZZBzyai8>

Trouver tous les diviseurs de 30.

Correction

On cherche toutes les multiplications égales à 30 :

$$1 \times 30 = 30$$

$$2 \times 15 = 30$$

$$3 \times 10 = 30$$

$$4 \times 7,5 = 30 \leftarrow \text{Ne convient pas car } 7,5 \text{ n'est pas un nombre entier.}$$

$$5 \times 6 = 30$$

1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30 sont les diviseurs de 30.

2) Critères de divisibilité

Propriétés : Un nombre entier est divisible :

- par 2, si son chiffre des unités est pair,
- par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5,
- par 10, si son chiffre des unités est 0,
- par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3,
- par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Méthode : Reconnaître un multiple ou un diviseur d'un nombre

 Vidéo https://youtu.be/bFm_tHXTKhs

 Vidéo <https://youtu.be/-PLZFIAG99Q>

 Vidéo <https://youtu.be/jteZZBzyai8>

 Vidéo <https://youtu.be/BJDE6uOrmYQ>

a) Parmi les nombres suivants, trouver le(s) multiple(s) de 14 : 56, 141 et 280

b) Dresser la liste des diviseurs de 28.

c) Parmi les nombres 2, 3, 5, 9 et 10, déterminer les diviseurs de 456.

Correction

a) Les multiples successifs de 14 sont : 14, 28, 42, 56, ... 140, 154, ... 280, ...

● On reconnaît que 56 est un multiple de 14.

● On reconnaît facilement que 140 est un multiple de 14 car $14 \times 10 = 140$. Donc 141 n'est pas un multiple de 14.

● On reconnaît également que 280 est un multiple de 14 car $14 \times 20 = 280$.

On en déduit que 56 et 280 sont des multiples de 14.

b) 1, 2, 4, 7, 14, 28.

L'astuce est de les chercher par couple. Par exemple, 2 divise 28 donc 14 divise également 28, car $2 \times 14 = 28$.

c) ● 2 divise 456, car 456 est pair.

- 3 divise 456 car $4 + 5 + 6 = 15$ est divisible par 3.
- 5 ne divise pas 456 car 456 ne se termine pas par 0 ou 5.
- 9 ne divise pas 456 car $4 + 5 + 6 = 15$ n'est pas divisible par 9.
- 10 ne divise pas 456 car 456 ne se termine pas par 0.

Partie 2 : Nombres premiers

1) Définition

Définition : Un nombre entier naturel est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs qui sont 1 et lui-même.

Liste des nombres premiers inférieurs à 30 :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

Remarques :

- Cette liste est infinie.
- Le nombre 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur.

Méthode : Reconnaître un nombre premier

 Vidéo <https://youtu.be/g9PLLhnCv88>

Dans la liste suivante, reconnaitre les nombres premiers : 6 – 11 – 15 – 5 – 23

Correction

- $6 = 2 \times 3$ donc 6 possède plus que deux diviseurs : 1 ; 2 ; 3 ; 6.
6 n'est pas un nombre premier.
- 11 est un nombre premier car il possède exactement deux diviseurs : 1 et 11.
- $15 = 3 \times 5$ donc 15 possède plus que deux diviseurs : 1 ; 3 ; 5 ; 15.
15 n'est pas un nombre premier.
- 23 est un nombre premier car il possède exactement deux diviseurs : 1 et 23.

2) Décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers

Exemples :

- $20 = 2 \times 2 \times 5$ est une décomposition du nombre 20 en produit de facteurs premiers.

En effet, chaque facteur de la décomposition est un nombre premier.

- $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$

Méthode : Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers

 Vidéo https://youtu.be/BIGalgNz_pk

Décomposer 84 en produit de facteurs premiers.

Correction

⚠ Il est important de bien connaître le début de la liste des nombres premiers :

2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

On commence par tester si 84 est divisible par 2 (1^{er} nombre premier).

La réponse est « oui » car 84 se termine par un chiffre pair.

Et on a : $84 : 2 = 42$

84	2
42	

On recommence, en testant si 42 est divisible par 2.

La réponse est « oui » et $42 : 2 = 21$

84	2
42	2
21	

On recommence, en testant si 21 est divisible par 2.

La réponse est « non » !

On teste alors le nombre premier suivant dans la liste.

Est-ce que 21 est divisible par 3 ?

La réponse est « oui ».

Et on a : $21 : 3 = 7$

84	2
42	2
21	3
7	

7 est un nombre premier divisible uniquement par 1 et lui même.

Et on a $7 : 7 = 1$.

C'est fini, on trouve 1 !

84	2
42	2
21	3
7	7
1	

La décomposition en produit de facteurs premiers de 84 se lit dans la colonne de droite.

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$



3) Application aux fractions

Méthode : Simplifier une fraction en utilisant des décompositions en produit de facteurs premiers

 Vidéo <https://youtu.be/HkqUaPYgwQM>

Simplifier la fraction $\frac{153}{85}$.

Correction

Pour simplifier une fraction, il faut décomposer son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 153 & 3 \\ 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 85 & 5 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

On a ainsi les décompositions de 153 et 85 :

$$153 = 3 \times 3 \times 17$$

$$85 = 5 \times 17$$

$$\text{Donc : } \frac{153}{85} = \frac{3 \times 3 \times 17}{5 \times 17} = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5}$$

© Copyright

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales