

ARITHMÉTIQUE

Le mot vient du grec « arithmos » = nombre. En effet, l'arithmétique est la science des nombres. Citons la célèbre conjecture de Goldbach énoncée en 1742 et à ce jour jamais démontrée :
« Tout nombre entier pair est la somme de deux nombres premiers »

I. Divisibilité

1) Rappels : Les critères de divisibilité

Un nombre entier est divisible :

- par 2, si son chiffre des unités est pair,
- par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5,
- par 10, si son chiffre des unités est 0,
- par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3,
- par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.



Exemples :

1) 30 est divisible par 2, 5, 10 et 3.

2) 1071 est divisible par 3 et 9

Car $1+0+7+1 = 9$. Et 9 est divisible par 3 et par 9.

2) Nombres premiers

Définition : Un nombre est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs qui sont 1 et lui-même.

Exemples :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ... Cette liste est infinie.

Remarque :

Le nombre 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur.

Exercices conseillés	En devoir
p42 n°2, 3, 4, 7 à 11, 13	p43 n°16, 17 p51 n°92
p46 n°50, 51, 58, 59, 60	
p49 n°80, 81, 82	

Myriade 3^e – Bordas Éd.2016

Travail en groupe

p38 Activité 2

Myriade 3^e – Bordas Éd.20163) Nombres premiers entre euxExemples :
 Vidéo <https://youtu.be/sSgsrHMyFrl>

a) Tous les diviseurs de 60 sont : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

Tous les diviseurs de 100 sont : 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

Les diviseurs communs à 60 et 100 sont : 1, 2, 4, 5, 10, 20

b) Tous les diviseurs de 20 sont : 1, 2, 4, 5, 10, 20

Tous les diviseurs de 63 sont : 1, 3, 7, 9, 21, 63

Le seul diviseur communs à 20 et 63 est : 1

On dit dans ce cas que 20 et 63 sont premiers en eux.

Ce qui n'est pas le cas de 60 et 100 qui ont de nombreux diviseurs communs.

Définition : On dit que deux nombres sont **premiers entre eux** lorsque leur seul diviseur commun est 1.

Exercices conseillés	En devoir
p42 n°5, 6	p43 n°20
p43 n°14, 15, 18	p51 n°93, 94
p46 n°54, 56, 57	
p43 n°19, 24	
p48 n°75, 76, 77	

Myriade 3^e – Bordas Éd.2016

Activité informatique

p52 Activité 1 et 2

Myriade 3^e – Bordas Éd.2016

III. Application aux fractions

1) Décomposition d'un nombre en produits de facteurs premiers

Exemples :- $20 = 2 \times 2 \times 5$ est une décomposition du nombre 20 en produits de facteurs premiers.

En effet, chaque facteur de la décomposition est un nombre premier.

- $231 = 3 \times 7 \times 11$ - $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$

Propriété :

Tout nombre non premier peut se décomposer en produits de facteurs premiers. Cette décomposition est unique à l'ordre des facteurs près.

Méthode : Décomposer un nombre en produits de facteurs premiers

 Vidéo <https://youtu.be/RBE2wPIKagl>

Décomposer 300 en produits de facteurs premiers.

Pour le faire, il est important de bien connaître le début de la liste des nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

On commence pas tester si **300** est **divisible par 2** (1^{er} nombre premier).
La réponse est « oui » car **300** se termine par un chiffre pair.
Et on a : **300 : 2 = 150**

300	2
150	

On recommence, en testant si **150** est **divisible par 2**.
La réponse est « oui » et **150 : 2 = 75**

300	2
150	2
75	

On recommence, en testant si **75** est divisible par 2.
La réponse est « non » !
On teste alors le nombre premier suivant dans la liste.
Est-ce que **75** est **divisible par 3**.
La réponse est « oui » car 7+5=12 est divisible par 3.
Et on a : **75 : 3 = 25**

300	2
150	2
75	3
25	


On recommence, en testant si **25** est divisible par 3.
La réponse est « non » !
On teste alors le nombre premier suivant dans la liste.
Est-ce que **25** est **divisible par 5**.
La réponse est « oui » et on a **25 : 5 = 5**.

300	2
150	2
75	3
25	5
5	

On recommence, en testant si **5** est **divisible par 5**.
La réponse est « oui » et on a **5 : 5 = 1**.

300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	

C'est fini, on trouve **1** !

La décomposition en facteurs premiers de 300 se lit dans la colonne de droite. 

$$300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

Exercices conseillés

p44 n°34 p47 n°68 p47 n°71, 72	
--------------------------------------	--

Myriade 3^e – Bordas Éd.20162) Fraction irréductible

Définition : On dit qu'une fraction est irréductible, lorsque son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

Méthode : Rendre une fraction irréductible

Vidéo <https://youtu.be/qZaTliAWkA0>

Rendre irréductible la fraction $\frac{60}{126}$.

Pour rendre une fraction irréductible, il faut décomposer son numérateur et son dénominateur en produits de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l}
 60 & 2 \\
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 126 & 2 \\
 63 & 3 \\
 21 & 3 \\
 7 & 7 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}$$

On a ainsi les décompositions de 60 et 126 :

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \quad \text{et} \quad 126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

On a : $\frac{60}{126} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$. 10 et 21 sont premiers entre eux et donc :

$\frac{10}{21}$ est la fraction irréductible égale à $\frac{60}{126}$.

Exercices conseillés

En devoir

p44 n°33, 34 p45 n°36, 37, 44 p47 n°67, 69	p45 n°39
---	----------

Myriade 3^e – Bordas Éd.2016


Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales

Yvan Monka – Académie de Strasbourg – www.maths-et-tiques.fr